



UFR STMP  
Ecole Doctorale EMMA  
Département de formation Doctorale Mécanique – Energétique  
LEMTA – UMR 7563 CNRS, INPL & UHP

## Thèse de Doctorat

### Université Henri Poincaré – Nancy 1

Jorge PEIXINHO

## Contribution expérimentale à l'étude de la convection thermique en régime laminaire, transitoire et turbulent pour un fluide à seuil en écoulement dans une conduite

Soutenue le 22 avril 2004 devant le jury :

<i>Président</i>	Olivier SCRIVENER	Directeur de recherche, Strasbourg
<i>Rapporteur</i>	Fernando PINHO	Professeur, Universidade do Minho
	Hassan PEERHOSSAINI	Professeur, Université de Nantes
<i>Examineur</i>	Michel LÉBOUCHÉ	Professeur, Nancy (Directeur de thèse)
	Chérif NOUAR	Chargé de recherche, Nancy (Codirecteur)
	Christophe DESAUBRY	Maître de conférence, Nancy
<i>Invité</i>	Jean DESROCHES	Ingénieur <i>Schlumberger</i> , Clamart





**Résumé** Cette thèse est une contribution expérimentale à l'étude de la convection thermique en régime laminaire, transitoire et turbulent pour un fluide à seuil en écoulement dans une conduite cylindrique ou annulaire. Le fluide utilisé est une solution de carbopol neutralisée. En régime laminaire, l'écoulement unidirectionnel d'un fluide à seuil est caractérisé par la présence, dans la partie centrale, d'une zone isovitesse. La fin du régime laminaire, déterminée à partir des mesures de pression et de vitesse, est retardée par la présence d'un seuil d'écoulement. Le début de la transition se manifeste par des instabilités en présence d'une zone isovitesse stable. Ce régime particulier n'est observé que pour le fluide à seuil. Par la suite, des bouffées turbulentes envahissant toute la section de la conduite, sont obtenues et comparées à celles pour un fluide newtonien. En régime turbulent, les effets dus aux caractères rhéofluidifiants et élastiques des fluides utilisés sont mis en évidence. Enfin, l'évolution du coefficient de transfert de chaleur dans les différents régimes est déterminée montrant clairement l'effet des propriétés rhéologiques.

**Mots clés** transition laminaire-turbulent, écoulement en conduite, cylindrique, annulaire, fluide à seuil, mesures dans les écoulements, convection

**Abstract** This work is an experimental contribution to the study of thermal convection in laminar, transitional and turbulent flow of a yield stress fluid in a cylindrical or annular pipe. The fluid used is a neutralized solution of carbopol. For one-dimensional shear flows, the fully established laminar velocity profile of yield stress fluid is characterized by a central plug region. According to the pressure and velocity measurements, a delay in transition is observed for the yield stress fluid. The beginning of transition appears by instabilities in presence of a stable plug flow. This peculiar regime has been found only for the yield stress fluid. After that, turbulent spots filling the pipe section are obtained and compared to that for newtonian fluids. In turbulent flow, only the shear-thinning and elastic effects of the fluids used are observed. Finally, the evolution of the heat transfer coefficient is determined in the different regimes showing the effects of the rheological properties.

**Key words** laminar-turbulent transition, pipe flow, annular flow, yield stress fluid, flow measurements, convection

# Remerciements

*Je tiens tout d'abord à remercier Michel Lebouché pour m'avoir donné l'opportunité de faire une thèse et pour avoir dirigé ma thèse.*

*Je remercie très chaleureusement Chérif Nouar qui m'a dirigé pendant ces trois années de thèse (et mon stage de DESS), et pour les nombreuses discussions et orientations concernant les résultats expérimentaux, mais aussi pour m'avoir communiqué une rigueur scientifique et un regard critique unique.*

*Je remercie Christophe Desaubry de m'avoir aidé et sans qui les résultats expérimentaux de ce manuscrit ne seraient pas ce qu'ils sont.*

*Je suis très reconnaissant à Fernando Pinho et à Hassan Peerhossaini d'avoir accepté avec sympathie le rôle des rapporteurs. Je remercie Jean Desroches et Olivier Scrivener d'avoir accepté de faire partie du jury.*

*Financée par Schlumberger, cette thèse s'est enrichie de nombreuses interactions avec Gérard Daccord, Dominique Guillot, Jean Romero, Bernard Théron. Je les remercie d'avoir rendu cette thèse possible.*

*Je tiens tout particulièrement à remercier les personnes ayant participé aux diverses étapes de cette étude, et sans qui celle-ci n'aurait pas été possible. Mes pensées vont aux membres (permanents ou non) du laboratoire, avec qui j'ai passé de bons moments. Je pense au personnel technique et administratif du LEMTA, aux étudiants passés et présent et aux chercheurs et enseignants chercheurs. J'ai une pensée particulière pour ceux avec quoi j'avais l'habitude d'aller manger à midi Ophélie, Matthias, Nadjiba, Guillaume, Christophe, ...*

*Je pense, enfin, à tous mes amis proches qui m'ont aidé et supporté pendant ces années, et notamment durant la dernière ligne droite, et les remercie de leur amitié.*

*Je termine par mon frère, ma soeur et mes parents que je choisis de citer en dernier. Ils m'ont toujours soutenu et encouragé.*

*Jorge Peixinho*

*Nancy, Avril 2004*





1.2.1.5	Mesure des flux de chaleur . . . . .	27
1.2.2	Instrumentation de la seconde veine d'essai . . . . .	27
1.2.2.1	Mesure des pertes de charge . . . . .	27
1.2.2.2	Mesure des flux de chaleur . . . . .	27
1.2.2.3	Mesure des températures . . . . .	28
1.2.3	Rhéométrie . . . . .	28
1.3	Fluides de travail . . . . .	29
1.3.1	Préparation . . . . .	29
1.3.2	Analyse rhéologique . . . . .	30
1.3.2.1	Viscosité de cisaillement . . . . .	30
1.3.2.2	Tests d'oscillations . . . . .	32
1.3.2.3	Première différence de contrainte normale . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Régime laminaire</b>	<b>37</b>
2.1	Ecoulement de Poiseuille d'un fluide de Herschel-Bulkley en conduite cylindrique . . . . .	37
2.2	Ecoulement de Poiseuille en conduite annulaire . . . . .	43
2.3	Conclusion . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Transition laminaire–turbulent</b>	<b>55</b>
3.1	Critères phénoménologiques . . . . .	55
3.1.1	Critères phénoménologiques pour un écoulement en conduite cylindrique . . . . .	57
3.1.1.1	Critère de Metzner et Reed . . . . .	57
3.1.1.2	Critère de Hedström . . . . .	57
3.1.1.3	Critère de Ryan et Johnson . . . . .	58
3.1.1.4	Critère de Mishra et Tripathi . . . . .	60
3.1.1.5	Critère de Slatter . . . . .	60
3.1.2	Critères phénoménologiques pour un écoulement en conduite annulaire . . . . .	61
3.1.3	Comparaison entre les différents critères . . . . .	64
3.2	Critères expérimentaux . . . . .	64
3.2.1	Cas de la conduite cylindrique . . . . .	65
3.2.2	Cas de la conduite annulaire . . . . .	68
3.3	Caractéristiques de la transition . . . . .	68
3.3.1	Cas de la conduite cylindrique . . . . .	69
3.3.1.1	Pertes de charge . . . . .	69
3.3.1.2	Profils de vitesse . . . . .	69



3.3.1.3	Vitesse sur l'axe . . . . .	69
3.3.1.4	Taux de fluctuation sur l'axe . . . . .	74
3.3.1.5	Profils de taux de fluctuation . . . . .	74
3.3.1.6	Caractéristiques du régime transitoire . . . . .	75
3.3.2	Cas de la conduite annulaire . . . . .	79
3.3.2.1	Pertes de charge . . . . .	79
3.3.2.2	Taux de fluctuation . . . . .	79
3.4	Conclusion . . . . .	79
<b>4</b>	<b>Ecoulement turbulent</b>	<b>83</b>
4.1	Equations moyennées . . . . .	83
4.2	Ecoulement en conduite cylindrique . . . . .	86
4.2.1	Mesure des pertes de charge . . . . .	87
4.2.2	Mesure par VLD . . . . .	88
4.2.2.1	Profil de vitesse moyen . . . . .	88
4.2.2.2	Profil d'intensité de turbulence . . . . .	91
4.2.2.3	Profil de moments d'ordre supérieur . . . . .	92
4.2.2.4	Spectres . . . . .	92
4.3	Ecoulement en conduite annulaire . . . . .	94
4.3.1	Mesure des pertes de charge . . . . .	94
4.3.2	Mesure par VLD . . . . .	94
4.3.2.1	Profil de vitesse moyen . . . . .	94
4.3.2.2	Profil d'intensité de turbulence . . . . .	97
4.4	Conclusion . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Convection thermique</b>	<b>99</b>
5.1	Convection thermique en régime laminaire . . . . .	99
5.1.1	Cas de la conduite cylindrique . . . . .	100
5.1.2	Résultats expérimentaux et comparaison avec la théorie	105
5.1.3	Cas de la conduite annulaire . . . . .	110
5.1.4	Résultats expérimentaux . . . . .	112
5.2	Convection thermique en régime transitoire . . . . .	114
5.2.1	Cas de la conduite cylindrique . . . . .	114
5.3	Convection thermique en régime turbulent . . . . .	119
5.3.1	Cas de la conduite cylindrique . . . . .	125
5.4	Conclusion . . . . .	128
	<b>Conclusion générale</b>	<b>129</b>

<b>A</b>	<b>Mise sous forme adimensionnelle du modèle de Herschel-Bulkley</b>	<b>133</b>
<b>B</b>	<b>Détermination du nombre de Reynolds de Metzner et Reed</b>	<b>135</b>
<b>C</b>	<b>Equation de transport de l'énergie cinétique turbulente</b>	<b>139</b>
<b>D</b>	<b>Domaine de validité des solutions de Lévêque et transfert thermique en régime thermique établi</b>	<b>141</b>
	D.1 Cas de la conduite cylindrique . . . . .	141
	D.1.1 Domaine de validité . . . . .	141
	D.1.2 Transfert thermique en régime thermique établi . . . . .	142
	D.2 Cas de la conduite annulaire . . . . .	142
	D.2.1 Transfert thermique en régime thermique établi . . . . .	142
	<b>Bibliographie</b>	<b>144</b>

# Nomenclature

<i>Symboles</i>	<i>Description</i>	<i>Unité</i>
<b>Symboles romains</b>		
$A^+$	paramètre dans le modèle de Van Driest	—
$b$	paramètre de thermodépendance	$^{\circ}C^{-1}$
$C$	coefficient d'énergie cinétique : $C = \int_0^1 \left(\frac{u}{U}\right)^3 \eta d\eta$	—
$C_p$	chaleur spécifique à pression constante	$J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$
$D, D_h$	diamètre (hydraulique) de la conduite	$m$
$\mathbf{D}$ ,	tenseur des taux de déformation	$s^{-1}$
$\hat{\mathbf{D}}$	tenseur adimensionnel des taux de déformation	—
$D_{ij}$	élément du tenseur des taux de déformation	$s^{-1}$
$D_{II}$	second invariant du tenseur des déformations	$s^{-1}$
$D'_{ij}$	élément fluctuant de $\mathbf{D}$	$s^{-1}$
$k$	consistance dans le modèle de Cross	$s$
$k'$	consistance généralisée	$Pa.s^n$
$\bar{k}$	énergie cinétique turbulente moyenne	$m^2.s^{-2}$
$K, K_B, K_C$	consistance dans le modèle de Herschel-Bulkley Bingham et Casson	$Pa.s^n$
$l_m$	longueur de mélange	$m$
$L, \mathcal{L}$	longueur d'établissement de la couche limite dynamique et thermique	$m$
$E$	énergie spectral	—
$E_m$	énergie cinétique moyenne : $E_m = C\rho U^2$	$J$
$F$	facteur d'aplatissement : $F = \frac{\overline{u^4}}{u^2}$	—

<i>Symboles</i>	<i>Description</i>	<i>Unité</i>
<b>Symboles romains</b>		
$G^*$	module complexe : $G^* = G' + iG''$	$Pa$
$G'$	module de conservation (la réponse élastique)	$Pa$
$G''$	module de perte (la réponse visqueuse)	$Pa$
$h$	coefficient de transfert thermique du cylindre	$W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$
$h_1, h_2$	coefficient de transfert thermique des parois intérieur et extérieur de la conduite annulaire	$W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$
$m$	inverse de l'indice d'écoulement : $m = \frac{1}{n}$	—
$n$	indice d'écoulement	—
$n'$	indice généralisé d'écoulement	—
$N_1$	première différence de contrainte normale	$Pa$
$\mathbf{V}$	vecteur vitesse	$m$
$P$	pression adimensionnelle : $P = \frac{p}{\rho U^2}$	—
$p, \bar{p}, p'$	pression instantannée, moyenne et fluctuante	$Pa$
$Q$	débit volumique	$m^3.s^{-1}$
$Q^*$	débit adimensionnel en conduite annulaire	—
$r$	position radiale à partir de l'axe de la conduite	$m$
$r_0$	rayon de l'interface de la zone isovitesse	$m$
$R$	rayon de la conduite cylindrique	$m$
$R_1, R_2$	rayons intérieur et extérieur de la conduite annulaire	$m$
$R_h$	rayon hydraulique : $R_h = \frac{R_2 - R_1}{2}$	$m$
$S$	facteur de dissymétrie $S = \frac{\overline{u^3}}{\overline{u}^3}$	—
$t$	temps	$s$
$T$	température instantannée	$^{\circ}C$
$T_e, T_m, T_p$	température à l'entrée, moyenne et de paroi	$^{\circ}C$
$\bar{T}, T'$	température moyenne (dans le temps) et fluctuante	$^{\circ}C$
$T^+$	température moyenne turbulente adimensionnelle	—

<i>Symboles</i>	<i>Description</i>	<i>Unité</i>
<b>Symboles romains</b>		
$u$	vitesse instantannée dans la direction axiale	$m.s^{-1}$
$u_c$	vitesse axiale au centre (en $r = 0$ )	$m.s^{-1}$
$u_{rms}$	fluctuation de la vitesse axiale: $u_{rms} = \sqrt{u'^2}$	$m.s^{-1}$
$\bar{u}$	vitesse axiale moyenne	$m.s^{-1}$
$u'$	fluctuation de la vitesse axiale	$m.s^{-1}$
$u_\tau$	vitesse de frottement: $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$	$m.s^{-1}$
$u^+$	vitesse adimensionnelle de frottement: $u^+ = \frac{u}{u_\tau}$	$m.s^{-1}$
$U$	vitesse débitante	$m.s^{-1}$
$v, \bar{v}, v'$	vitesse radiale instantannée, moyenne et fluctuante	$m.s^{-1}$
$x$	position axiale à partir de l'entrée de la conduite	$m$
$X$	position axiale adimensionnelle: $X = \frac{x}{R}$	—
$y$	position radiale à partir de la paroi	$m$
$y^+$	position à partir de la paroi: $y^+ = \frac{y}{y_\tau}$	$m.s^{-1}$
$y_\tau$	échelle de longueur: $y_\tau = \frac{\mu_0}{\rho u_\tau}$	$m.s^{-1}$
$w$	vitesse instantannée dans la direction orthoradiale	$m.s^{-1}$
$Z$	le critère de stabilité de Ryan et Johnson	—
$Z_{max}$	valeur critique du critère de stabilité	—
<b>Symboles grecs</b>		
$\alpha$	diffusivité thermique	$m^2.s^{-1}$
$\alpha_t$	diffusivité thermique turbulente	$m^2.s^{-1}$
$\beta$	coefficient d'expansion thermique	$^{\circ}C^{-1}$
$\gamma$	déformation	$rad$
$\dot{\gamma}$	taux de cisaillement	$s^{-1}$
$\hat{\gamma}$	taux de cisaillement adimensionnel	—
$\delta_v, \delta_b, \delta_t$	épaisseur de sous-couche visqueuse, tampon et turbulente	$m$
$\delta_T$	épaisseur de la couche limite thermique	$m$
$\Delta$	rapport de gradients de vitesse pariétaux	—

$\Delta T$	différence de température : $\Delta T = T_p - T_e$	$^{\circ}C$
$\epsilon$	dissipation visqueuse moyenne turbulente	$m^2.s^{-3}$
$\eta$	rayon adimensionnel : $\eta = \frac{r}{R}$	—
$\eta_1$	rapport d'aspect d'une conduite annulaire : $\eta_1 = \frac{R_2}{R_1}$	—
$\Theta$	température adimensionnelle : $\Theta = \frac{\lambda(T - T_e)}{R\phi_p}$	—
$\Theta_p$	température de paroi adimensionnelle	—
$\kappa$	paramètre dans le modèle de van Driest	—
$\lambda$	conductivité thermique	$W.m^{-1}.^{\circ}C^{-1}$
$\lambda_0, \lambda_+, \lambda_-$	positions adimensionnelles de la zone isovitesse	—
$\mu_0$	viscosité dynamique pariétale	$Pa.s^{-1}$
$\nu_0$	viscosité cinématique pariétale : $\nu_0 = \frac{\mu_0}{\rho}$	$m^2.s^{-1}$
$\nu_t$	viscosité cinématique turbulente	$m^2.s^{-1}$
$\tau$	contrainte de cisaillement	$Pa$
$\tau_e$	contrainte élastique	$Pa$
$\tau_{II}$	contrainte de cisaillement	$Pa$
$\boldsymbol{\tau}$	tenseur des contraintes	$Pa$
$\hat{\boldsymbol{\tau}}$	tenseur des contraintes adimensionnel	—
$\tau_0$	contrainte seuil	$Pa$
$\tau_p$	contrainte pariétale	$Pa$
$\tau_A$	contrainte pariétale	$Pa$
$\tau_\varepsilon$	contrainte utilisée pour les tests d'oscillations	$Pa$
$\Pi$	rapport de gradients de vitesse pariétaux	—
$\rho$	masse volumique	$kg.m^{-3}$
$\overline{\rho u'v'}$	contraintes turbulentes	$Pa$
$\overline{\rho v'T'}$	flux turbulent	$W.m^{-2}$
$\phi, \phi_{p1}, \phi_{p2}$	flux de chaleur	$W.m^{-2}$
$\varphi_N$	gradient pariétal de vitesse adimensionnel pour un fluide Newtonien	—
$\chi$	le critère de stabilité de Mishra et Tripathi	—
$\omega$	fonction : $\omega = 1 - 2 \left[ \frac{(1-a)^2}{m+3} + \frac{a(1-a)}{m+2} \right]$	—

**Nombres adimensionnels**

$a$	dimension adimensionnelle de la zone isovitesse : $a = \frac{r_0}{R} = \frac{\tau_0}{\tau_p}$
$f$	coefficient de frottement de Fanning : $f = \frac{2\tau_p}{\rho U^2}$
$B$	nombre de Bingham : $B = \frac{\tau_0 R}{KU}$
$Br$	nombre de Brinkman : $Br = \frac{\mu_0 U^2}{R\phi_p}$
$Gr_g$	nombre de Grashof : $Gr_g = \frac{\rho g \beta \Delta R^3}{\mu_0^2}$
$Hb$	nombre de Herschel-Bulkley : $Hb = \frac{\tau_0 R^n}{KU^n}$
$He$	nombre de Hedström : $He = BRe_B$
$He_g$	nombre de Hedström généralisé : $He_g = \frac{\rho D^2}{\tau_0} \left( \frac{\tau_0}{K} \right)^{\frac{2}{n}}$
$j'$	facteur de Chilton-Colburn généralisé : $j' = StPr'^{2/3}$
$j_p$	facteur de Chilton-Colburn pariétal : $j_p = StPr_p^{2/3}$
$Nu$	nombre de Nusselt $Nu = \frac{hD}{\lambda}$
$\frac{Nu_1}{Nu}, Nu_2$	nombre de Nusselt intérieur et extérieur de la conduite annulaire
$\frac{Nu}{Nu}$	nombre de Nusselt moyenné sur toute la conduite
$Pr'$	nombre de Prandtl généralisé
$Pr_p$	nombre de Prandtl basé sur la viscosité pariétale : $Pr = \frac{\nu_0}{\alpha}$
$Pr_t$	nombre de Prandtl turbulent : $Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t}$
$Pn$	nombre de Pearson : $Pn = \frac{bR\phi_p}{\lambda}$
$Pe$	nombre de Péclet : $Pe = RePr$
$R_g$	nombre de Reynolds critique basé sur la méthode des énergies
$R_L$	nombre de Reynolds critique issu de l'analyse de stabilité linéaire
$Re_g$	nombre de Reynolds généralisé : $Re_g = \frac{\rho U^{2-n} R^n}{K}$
$St$	nombre de Stanton : $St = \frac{Nu}{RePr}$
$Re'$	nombre de Reynolds selon Metzner et Reed (cf. annexe B)
$Re_p$	nombre de Reynolds basé sur la viscosité pariétale : $Re_p = \frac{\rho U D}{\mu_0}$
$X^+$	nombre de Cameron : $X^+ = \frac{x}{R} \frac{1}{Pe}$





# Introduction

## 0.1 Problématique industrielle

Le forage d'un puits est suivi des opérations de tubage et de cimentation. Des descriptions détaillées de ces opérations sont données par Nguyen [92] et Nelson [91]. La cimentation (cf. figure 1) consiste en la mise en place d'un laitier de ciment approprié à une cote donnée du puits dans l'espace annulaire entre les tubes et la paroi rocheuse. En fait, un fluide intermédiaire ("spacer") et le laitier de ciment sont injectés depuis la surface dans la partie centrale du tube. Les deux fluides remontent dans l'espace annulaire (entre le tube et la paroi rocheuse), déplaçant ainsi les boues de forage. Ces fluides<sup>1</sup> ont un comportement rhéologique complexe : ils sont rhéofluidifiants et possèdent une contrainte seuil d'écoulement. Les objectifs de cette opération sont multiples : la consolidation, l'isolation et le nettoyage du puits. La maîtrise de ce procédé, fondamental pour une exploitation durable et efficace du puits, passe par la connaissance de la structure du champ dynamique. Il s'agit donc du déplacement d'un fluide à seuil par un autre fluide à seuil. La qualité de déplacement des boues de forage est meilleure et le nettoyage des puits est plus efficace lorsque l'écoulement des fluides considérés est turbulent. Il est donc nécessaire de prédire le régime d'écoulement des fluides injectés. On est particulièrement intéressé par (i) les conditions critiques de transition et (ii) les caractéristiques de l'écoulement turbulent d'un fluide à seuil dans une conduite cylindrique et annulaire.

La connaissance de la structure du champ thermique est tout aussi importante, dans la mesure où elle contrôle la prise du ciment dans l'espace annulaire. Le temps de prise du ciment est lié à sa température qui, elle

---

1. La sélection de ces fluides est imposée par les spécificités du puits. Par exemple, les fluides "spacer" sont principalement constitués d'eau ou d'huile. Ils contiennent des particules, des polymères, ...

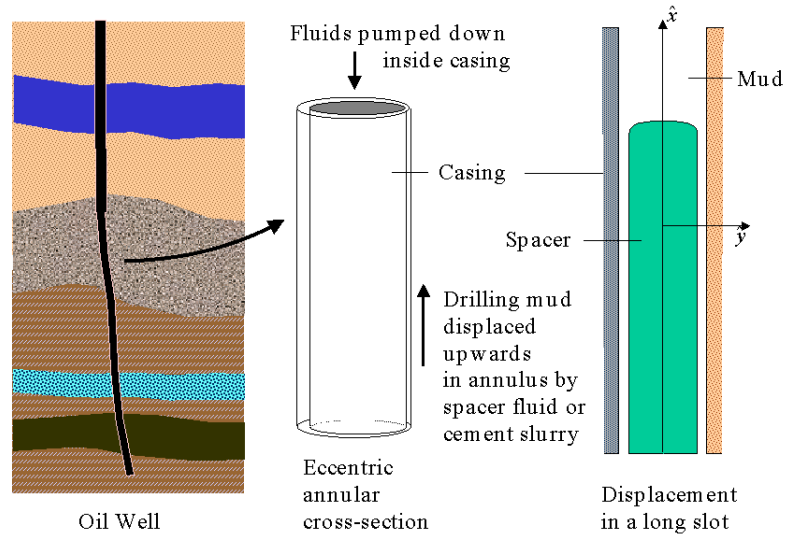


FIG. 1 – *Cimentation d'un puits d'après Allouche et al. [6]*

même, dépend du coefficient de transfert de chaleur entre le fluide et les parois en présence. Les objectifs du travail présenté dans ce rapport sont : (i) déterminer la structure de l'écoulement en régime laminaire, transitoire et turbulent en conduites cylindrique et annulaire, (ii) préciser les conditions critiques de transition, (iii) fournir des lois de perte de charge pour les trois régimes d'écoulement, et enfin, (iv) déterminer la répartition des températures et les coefficients de transfert de chaleur.

Dans ce qui suit, une étude bibliographique sur les écoulements et la convection thermique pour des fluides à seuil est présentée afin de dégager les problèmes les plus pertinents et ainsi préciser la problématique scientifique de ce travail. En guise d'introduction à l'étude bibliographique, un paragraphe sur la rhéologie des fluides à seuil et les modèles utilisés est nécessaire.

## 0.2 Fluides à seuil

De façon simplifiée, les fluides à seuil sont des fluides qui ne s'écoulent pas tant que la contrainte appliquée est inférieure à une contrainte seuil, notée  $\tau_0$ . La contrainte seuil est due, au niveau microscopique, à l'existence d'un réseau de liaisons entre les éléments constitutifs du matériau. Ces liaisons sont

la conséquence des interactions<sup>2</sup> entre toutes les espèces moléculaires constituant le fluide. Bird et al. [16] donnent une liste de matériaux présentant une contrainte seuil d'écoulement, celle-ci va des boues de forage au sang, en passant par les produits cosmétiques.

Au repos, le solvant est piégé par une structure tridimensionnelle. Le matériau se comporte alors comme un gel. On distingue deux types de gels : (i) les “gels chimiques” pour lesquels les liaisons sont fortes, par exemple les liaisons covalentes et (ii) les “gels physiques” pour lesquels les liaisons sont faibles, par exemple les liaisons hydrogènes. Les expériences présentées dans ce manuscrit ne concernent que le cas des gels physiques tels que la gélatine ou les solutions de Carbopol 940 neutralisées.

Des essais de fluage permettent de mettre en évidence le comportement du matériau suivant que la contrainte appliquée est inférieure ou supérieure à la contrainte seuil. La figure 2(a) montre un résultat des essais de fluages effectués à l'aide d'un rhéomètre fonctionnant à couple imposé sur une solution de Carbopol à 0,2% en masse. Lorsque la contrainte est inférieure à la contrainte seuil, la déformation  $\gamma$  est principalement élastique. Dans le domaine de l'élasticité linéaire, les mesures de déformation donnent une compliance de la phase gel de l'ordre de  $10^3 Pa$ . Pour une valeur de contrainte supérieure à la limite élastique  $\tau_e$  ( $\tau > \tau_e$ ), différentes étapes sont observées. Par exemple, sur la courbe de la figure 2(b) correspondant à une contrainte de  $8 Pa$ , le matériau subit d'abord une déformation élastique ( $OA$ ), suivie d'une déformation plastique ( $AB$ ), un fluage visqueux ( $BC$ ), puis la phase de pré-rupture ( $CR$ ) et enfin la rupture au point  $R$ . On peut s'aider de la courbe  $|\dot{\gamma}|(t)$  pour déterminer ces différentes étapes. Certains auteurs définissent alors deux contraintes seuil, l'une correspondant à la déformation élastique limite et l'autre à la rupture.

Considérons maintenant l'écoulement unidirectionnel d'un fluide à seuil dans une conduite de section quelconque. De façon simplifiée, deux zones sont distinguées : l'une (i) où  $\tau > \tau_0$  et le matériau s'écoule comme un fluide visqueux et l'autre (ii) où  $\tau \leq \tau_0$  et le matériau se déplace comme un bloc solide. Cette description est l'image classique retenue dans la littérature. Dans certaines situations telles que celles correspondantes aux écoulements établis, la connaissance de la loi de comportement à l'équilibre est suffisante.

---

2. Une description des différents types d'interactions (répulsions et/ou cohésion à courte ou longue portée : forces d'origine électrostatique, liaisons hydrogène, forces de dispersion : van Der Waals) des différents types de fluides (fluides purs, dispersions, gels) sont présentés par Cabane et Hénon [21] et Larson [72]

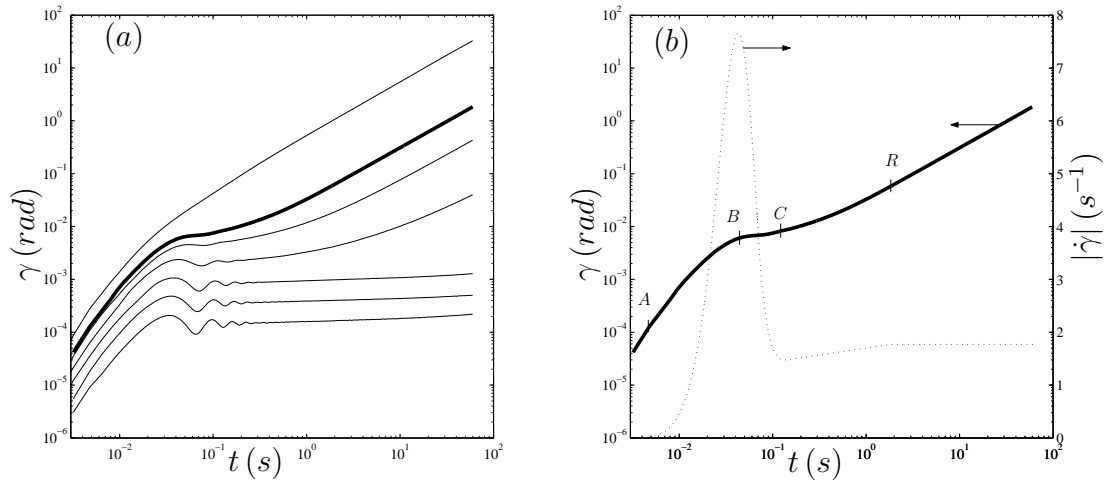


FIG. 2 – Essais de fluage pour une solution de Carbopol à 0,2%. (a) Evolutions de  $\gamma(t)$  pour des contraintes appliquées de 0,5, 1, 2, 4, 6, 8 et 16 Pa. (b) Evolution simultanée de  $\gamma(t)$  et  $|\dot{\gamma}|(t)$  pour l'essai de fluage à 8 Pa.

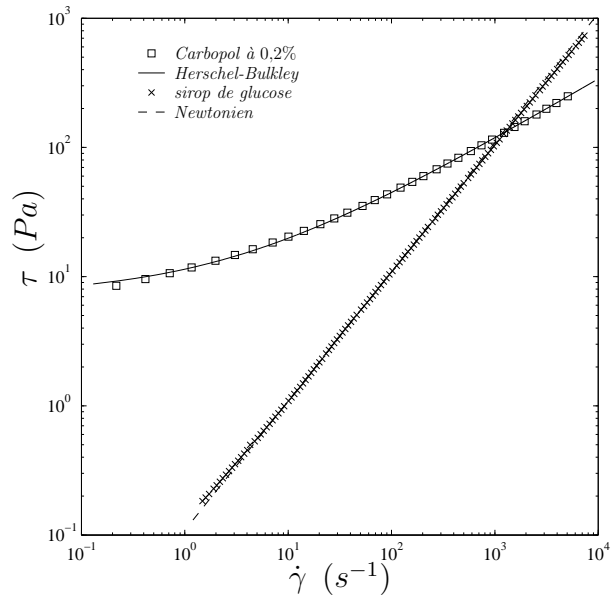


FIG. 3 – Evolutions de  $\tau(\dot{\gamma})$  pour un fluide de type Herschel-Bulkley et pour un fluide Newtonien

La figure 3 donne un résultat de l'évolution de la contrainte,  $\tau$ , en fonction du gradient de vitesse en écoulement de cisaillement simple obtenu à partir d'essais rhéométriques sur une solution de Carbopol à 0,2% et un sirop de glucose. Des relations empiriques sont proposées pour décrire l'évolution de  $\tau(\dot{\gamma})$ . Trois modèles sont souvent utilisés : le modèle de Bingham, le modèle de Herschel-Bulkley et le modèle de Casson.

En utilisant, le critère de von Mises, les équations constitutives sont données par :

Le modèle de Bingham :

$$\mathbf{D} = \mathbf{0} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} \leq \tau_0 \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \left( \frac{\tau_0}{\sqrt{4D_{II}}} + K_B \right) \mathbf{D} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} > \tau_0 \quad (2)$$

Le modèle de Herschel-Bulkley :

$$\mathbf{D} = \mathbf{0} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} \leq \tau_0 \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \left( \frac{\tau_0}{\sqrt{4D_{II}}} + K (4D_{II})^{\frac{n-1}{2}} \right) \mathbf{D} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} > \tau_0 \quad (4)$$

Le modèle de Casson :

$$\mathbf{D} = \mathbf{0} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} \leq \tau_0 \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \left( \frac{\tau_0}{\sqrt{4D_{II}}} + K_C + \left( \frac{K_C \tau_0}{\sqrt{4D_{II}}} \right)^{1/2} \right) \mathbf{D} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} > \tau_0 \quad (6)$$

où  $K_B$  est la viscosité plastique dans le modèle de Bingham,  $K$  et  $n$  sont respectivement la consistance et l'indice de structure dans le modèle de Herschel-Bulkley,  $K_C$  est la consistance dans le modèle de Casson.  $\mathbf{D}$  est le tenseur des taux de déformations,  $\boldsymbol{\tau}$  le tenseur déviateur des contraintes. Les scalaires  $D_{II} = \frac{1}{2} (\text{tr } \mathbf{D}^2)$  et  $\tau_{II} = \frac{1}{2} (\text{tr } \boldsymbol{\tau}^2)$  sont les seconds invariants des tenseurs  $\mathbf{D}$  et  $\boldsymbol{\tau}$ , respectivement.  $\mathbf{D}$  est défini par  $\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T]$  où  $\mathbf{V}$  est le vecteur vitesse.

Dans ces modèles : (i) le matériau est supposé se comporter comme un solide indéformable lorsque  $\tau_{II}^{1/2} \leq \tau_0$ , (ii) la viscosité apparente tend vers l'infini lorsque le cisaillement tend vers zéro, c'est à dire au voisinage de l'interface. En fait, l'utilisation des modèles précédents est compliquée dans la mesure où elle nécessite la connaissance à priori de la position de l'interface. Pour contourner les difficultés liées d'une part à la détermination de la

position de l'interface et d'autre part au comportement de la viscosité au voisinage de celle-ci, des modèles régularisés sont introduits. Ceux-ci consistent globalement à remplacer le comportement solide indéformable par un comportement Newtonien correspondant à un fluide de très grande viscosité. Parmi les modèles utilisés, on cite le modèle de Papanastasiou [107] :

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \left( K + \frac{\tau_0 (1 - \exp(-m\sqrt{4D_{II}}))}{\sqrt{4D_{II}}} \right) \mathbf{D} \quad (7)$$

où  $m$  est un paramètre qui prend des valeurs très élevées ( $m > 10$ ) permettant de se rapprocher le plus possible du modèle de Bingham. On peut remarquer que les modèles régularisés ne sont, en fait, qu'une perturbation des modèles de Bingham ou de Herschel-Bulkley. Ils permettent la détermination de la structure de l'écoulement d'un fluide à seuil dans des situations plus ou moins complexes. Cependant, il faut s'assurer que le comportement rhéologique de la zone isovitesse n'a pas un rôle fondamental sur les conditions d'écoulement. En effet, pour certains problèmes tels que ceux rencontrés en stabilité, les résultats issus des modèles régularisés peuvent être différents de ceux obtenus par le vrai modèle de Bingham.

## 0.3 Etude bibliographique

### 0.3.1 Ecoulement laminaire

L'écoulement de Hagen-Poiseuille d'un fluide à seuil est caractérisé par la présence d'une zone isovitesse au centre de l'écoulement. Le matériau dans cette zone isovitesse est considéré comme un solide indéformable d'après le modèle de Bingham ou de Herschel-Bulkley. La dimension de cette zone ne dépend que du nombre de Bingham  $B$  ou de Herschel-Bulkley  $Hb$  (le rapport entre la contrainte seuil et une contrainte visqueuse nominale). Bird et al. (1983) [16] ont donné les expressions des profils de vitesse dans le cas d'écoulements unidirectionnels, dans des géométries simples (conduite cylindrique, canal plan, conduite annulaire, ...).

### 0.3.2 Transition laminaire-turbulent

La détermination des conditions critiques de transition ainsi que les mécanismes de transition pour des fluides à seuil ont été peu abordés dans

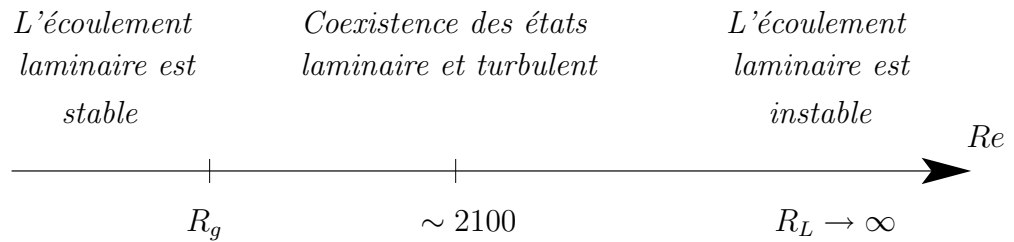
la littérature. Ceci est probablement lié aux difficultés rencontrées dans le traitement de la zone isovitesse en régime transitoire. Les études relevées ici portent essentiellement sur la détermination du nombre de Reynolds critique à partir duquel on quitte le régime laminaire. Sur cet aspect, les études peuvent être classées en études (i) théoriques, (ii) phénoménologiques et (iii) expérimentales. Pour ce qui est des mécanismes de transition pour un fluide à seuil, il n'existe pas, à notre connaissance, de travaux sur ce point. A titre de référence, une synthèse des études effectuées dans le cas des fluides Newtoniens est donnée. En fait, même dans ce dernier cas, le problème n'est pas encore résolu.

### 0.3.2.1 Condition de transition

**Etudes théoriques** Une analyse linéaire de stabilité de l'écoulement de Poiseuille d'un fluide de Bingham vis à vis de perturbations infinitésimales bidimensionnelles a été effectuée par Frigaard et al. (1994) [46]. L'analyse linéaire effectuée montre que le mouvement de la zone non-cisaillée n'est pas modifié par une perturbation infinitésimale. D'un point de vue physique, ce résultat est tout à fait cohérent dans la mesure où une perturbation infinitésimale ne peut pas modifier le mouvement d'un solide indéformable de dimension finie. Tout se passe donc comme si la zone non-cisaillée est un solide indéformable qui se déplace à vitesse constante. Finalement, les auteurs aboutissent à une équation de Orr-Sommerfeld modifiée, qu'ils résolvent avec un choix approprié de conditions aux limites à l'interface pour rester consistant avec le modèle Newtonien. Les résultats obtenus par les auteurs indiquent que le nombre de Reynolds critique, basé sur la viscosité plastique, augmente avec  $B$ . En plus, cette variation semble linéaire lorsque  $B \gg 1$ . Kabouya et Nouar (2003) [65] ont effectué une analyse de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille d'un fluide de Bingham dans une conduite annulaire vis à vis de perturbations infinitésimales axisymétriques. L'analyse conduit à une équation d'Orr-Sommerfeld dans chacune des zones fluides internes et externes séparées par la zone isovitesse. Les équations sont résolues en considérant qu'à l'interface  $\tau = \tau_0$  et donc  $D_{II} = 0$ . Les résultats obtenus indiquent que l'écoulement d'un fluide de Bingham est linéairement stable. Dans le cas de Hagen-Poiseuille, il n'a pas été jugé pertinent de faire une analyse linéaire de stabilité puisque dans le cas d'un fluide Newtonien, l'écoulement est stable. En outre, la présence d'un seuil contribue à la stabilité de l'écoulement.

Si l'on reprend l'hypothèse d'un comportement de type solide indéformable lorsque  $\tau \leq \tau_0$ , alors l'écoulement de Hagen-Poiseuille d'un fluide à seuil peut être considéré comme un écoulement composé Couette-Poiseuille où le cylindre extérieur est fixe et le cylindre intérieur se déplace avec une vitesse constante. Ce problème a été examiné par Preziosi et Rosso (1990) [114] pour un fluide Newtonien. Les résultats numériques indiquent que l'écoulement est linéairement stable pour un rapport de rayon supérieur à 0,1. Ceci vient confirmer le résultat de la stabilité linéaire d'un écoulement de Hagen-Poiseuille d'un fluide à seuil. On peut considérer que ceci est vrai pour tous les modèles de fluides à seuil qui supposent un comportement de type solide indéformable lorsque  $\tau \leq \tau_0$ .

Une analyse non-linéaire de stabilité basée sur la méthode des énergies effectuée par Nouar et Friggard (2001) [100] indique que le nombre de Reynolds assurant une stabilité globale,  $R_g$ , augmente lorsque  $B$  croît. En outre, lorsque  $B \gg 1$ , les auteurs montrent que  $R_g = O(B^{1/2})$ . Il est important de noter que dans cette analyse, l'effet de la contrainte seuil a été réduit à la modification de la zone où l'écoulement est cisailé et à la modification du terme d'inertie. La méthode des énergies a été reprise récemment par Frigaard et Nouar (2003) [47] dans le cas d'une perturbation infinitésimale tridimensionnelle. Le nombre de Reynolds critique augmente avec  $B$  et  $R_g = O(B^{3/4})$  lorsque  $B \gg 1$ . Cependant, les valeurs obtenues pour le nombre de Reynolds critique sont inférieures aux résultats expérimentaux (au moins d'un ordre de grandeur). Ceci est dû au fait que la condition de stabilité de la méthode des énergies impose que l'énergie cinétique de la perturbation est une fonction strictement décroissante au cours du temps.



Finalement, les seules données théoriques disponibles actuellement relatives à l'écoulement de Poiseuille d'un fluide à seuil sont (i) stabilité linéaire :  $R_L \rightarrow \infty$  et (ii)  $R_g = O(B^{3/4})$  lorsque  $B \gg 1$ .



**Etudes phénoménologiques** La littérature scientifique propose des critères phénoménologiques permettant de prédire le nombre de Reynolds de transition laminaire-turbulent. On retient (par ordre chronologique) Hedström (1952), Metzner et Reed (1955) [81], Ryan et Johnson (1959) [119], Hanks (1969) [54], Mishra et Tripathi (1971) [85] et Slatter (1999) [128]. Ces critères sont présentés et comparés aux résultats théoriques par Nouar et Frigaard [100]. Ces critères divergent lorsque l'on s'écarte suffisamment du comportement non-Newtonien. La même observation est faite par Brand et al. (2001) [20]. Dans le cas des fluides de Bingham, Nouar et Frigaard [100] ont comparé les critères phénoménologiques à deux critères théoriques : il s'agit du nombre de Reynolds critique au delà duquel l'écoulement est certainement instable (borne supérieure) et le nombre de Reynolds critique au dessous duquel l'écoulement est certainement stable (borne inférieure). Un critère phénoménologique est dit admissible lorsqu'il se trouve entre les deux bornes théoriques. Les résultats montrent que pour  $B \gg 1$ , seul le critère de Hanks vérifie cette condition. Lorsque  $B = O(1)$  ou  $B < 1$ , ce qui est le cas le plus fréquemment rencontré, tous les critères satisfont les conditions théoriques. Dans ce cas, seule l'expérience permettra d'indiquer le critère le plus pertinent.

**Etudes expérimentales** On considère d'abord le cas des conduites cylindriques. La détermination des conditions critiques pour les fluides à seuil a été effectuée essentiellement à travers les mesures de perte de charge : Hedström (1952) [59], Metzner et Reed (1955) [81], Hanks (1962) [50, 51, 53]. Le nombre de Reynolds critique est le nombre de Reynolds à partir duquel les mesures expérimentales commencent à s'écarter de la solution théorique laminaire. Les résultats expérimentaux de Hanks [51] montrent clairement que le nombre de Reynolds critique,  $Re_B$ , pour des fluides de Bingham, basé sur la viscosité plastique, augmente avec le nombre de Hedström ( $He = BRe_B$ ). En outre, les résultats expérimentaux semblent être en accord avec le critère de Hanks jusqu'à un nombre de Hedström de  $10^5$ .

A partir de la fin des années 80, des mesures de vitesse pour des fluides à seuil ont été effectuées par Vélocimétrie Laser Doppler à effet Doppler (VLD) : Abbas et Crowe (1987) [1], Park et al. (1989) [108], Escudier et Presti (1996) [39]. Les auteurs constatent une forte augmentation du taux de fluctuation de la vitesse au voisinage de la transition, avec néanmoins un maximum inférieur à celui obtenu pour un fluide Newtonien. Afin de

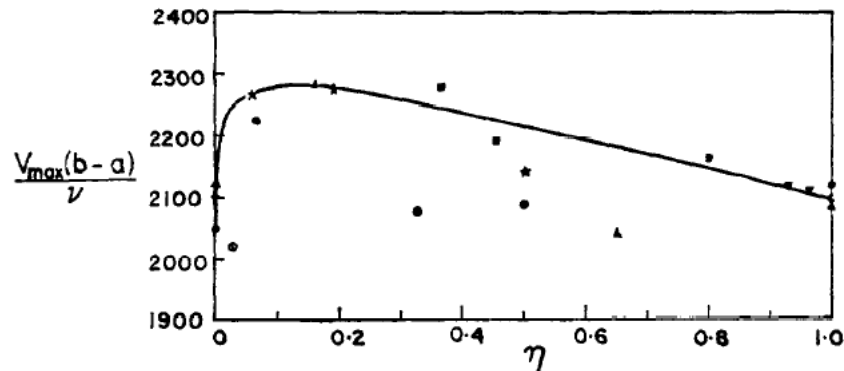


FIG. 4 – Evolution du nombre de Reynolds de transition en fonction du rapport de rayon par la méthode des énergies et quelques résultats expérimentaux d'après Joseph et Carmi [64]. Les résultats expérimentaux sont tirés de Hanks [52]

comprendre les mécanismes de transition, Escudier et Presti [39] ont mesuré des profils de vitesse lors de la transition. Ils observent une forte dissymétrie des profils de vitesse avec à priori une zone bouchon bien définie. Ce résultat étonnant n'a pas été observé par d'autres auteurs (Park et al. [108]).

Pour ce qui est des écoulements en conduite annulaire, Hanks (1963) [52] détermine l'évolution du nombre de Reynolds de transition pour un fluide Newtonien en fonction du rapport des rayons. Il valide son résultat par quelques mesures expérimentales. Selon Hanks, le nombre de Reynolds de transition est maximum pour un rapport de rayon de 0,15. Ceci est conforté par l'analyse non-linéaire de stabilité basée sur la méthode des énergies de Joseph et Carmi (1969) [64] (cf. figure 4). Des profils de vitesse pour plusieurs fluides non-Newtoniens ont été réalisés par Escudier et al. (1995) [38]; des dissymétries du profil de vitesse ont été observées, malheureusement, les données ne sont pas suffisantes pour conclure. De plus, des mesures de vitesse et de perte de charge pour des fluides Newtoniens et des fluides rhéofluidifiants ont été effectuées dans le cas d'une conduite annulaire excentrée. Nouri et al. (1993) [102] mettent en évidence l'augmentation du coefficient de frottement avec l'excentricité de la conduite annulaire. On n'a pas relevé de résultats traitant les trois régimes d'écoulement pour des fluides à seuil dans une conduite annulaire.

Il est clair qu'à ce niveau, il est difficile de conclure sur le nombre de

Reynolds de transition. Des données expérimentales supplémentaires sont nécessaires. Pour ce qui est des mécanismes de transition pour un fluide à seuil, il n'existe pas d'études sur ce point. La difficulté fondamentale réside dans la caractérisation du comportement de la zone isovitesse.

### 0.3.2.2 Mécanismes de transition

A défaut d'études sur les mécanismes de transition pour des fluides à seuil, on utilise comme référence celles décrites pour un fluide Newtonien. Sur ce point, la littérature est très abondante depuis les expériences de Reynolds en 1883 [116]. Le grand nombre de travaux théoriques, numériques et expérimentaux est dû à l'écart, non encore expliqué, entre les résultats théoriques et expérimentaux. Dans ce qui suit, une tentative de synthèse des différents résultats est donnée. On commence par considérer le cas "simple" de la stabilité de la couche limite sur une plaque plane. La figure 5 schématise le scénario de transition laminaire-turbulent. A partir d'une certaine position axiale, les ondes linéaires de Tollmien-Schlichting traduisant l'instabilité linéaire apparaissent. Leurs amplitudes augmentent dans le sens de l'écoulement. A partir d'un certain seuil, ces ondes deviennent instables vis à vis d'une perturbation tridimensionnelle. Une structure en forme de  $\Lambda$  est observée. Cette structure évolue jusqu'à obtention de spots de turbulence. Ces étapes ont été observées expérimentalement par Mishioka et al. (1975) [93] et mises en évidence numériquement par Kleiser et Zang (1991) [69].

Le scénario précédent basé sur les instabilités linéaires est inapproprié dans le cas de l'écoulement en conduite cylindrique dans la mesure où l'écoulement de Hagen-Poiseuille est considéré comme linéairement stable. Un passage brutal vers les spots de turbulence est observé expérimentalement. On parle alors de transition de type "bypass" [88] dans la mesure où on évite ("bypass") les premières étapes de la transition décrites pour une couche limite sur une plaque plane.

Une explication possible de ce type de transition a été proposée au début des années 90 par Trefethen et al. (1993) [135] et reprise ensuite par Schmid et Henningson (1994) [121]. Ces auteurs se basent sur le fait que les opérateurs (tel que l'opérateur de Orr-Sommerfeld) qui interviennent dans les équations linéarisées gouvernant les perturbations, ne sont pas auto-adjoints. Les fonctions propres ne sont pas orthogonales vis à vis d'un produit scalaire déduit de l'expression de l'énergie cinétique. Ainsi, même si l'écoulement est linéairement stable, l'énergie de cette perturbation peut augmenter sur des temps courts et

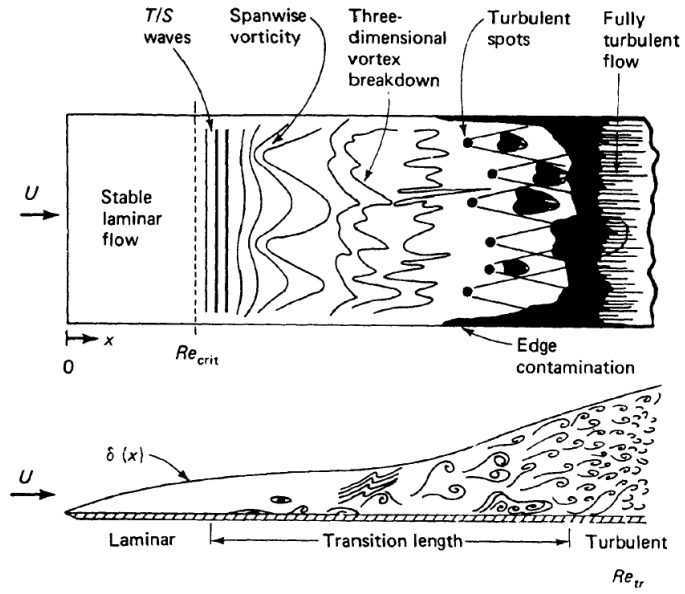


FIG. 5 – Schéma illustrant le scénario de transition depuis l'amplification des instabilités linéaires jusqu'à la formation des spots de transition d'après White [141]

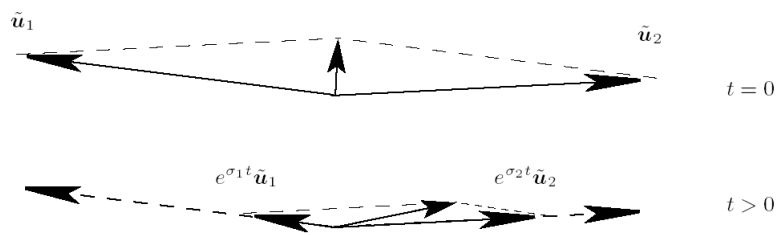


FIG. 6 – Schéma illustrant la théorie "transient growth"

ensuite tendre vers zéro. Ce phénomène peut être illustré de façon schématique par la figure 6. Il est montré comment la somme de deux vecteurs  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  non orthogonaux peut augmenter sur des temps courts alors que  $|\mathbf{u}_1|$  et  $|\mathbf{u}_2|$  décroissent dans le temps. Cette augmentation d'énergie peut être suffisamment importante pour induire des effets non-linéaires (le développement de spots de turbulence). Finalement, il faut retenir de ce scénario que la transition est gouvernée par des phénomènes linéaires.

D'un point de vue expérimental, les travaux les plus intéressants sont ceux de Wygnansky et Champagne (1973) [144] et Draad et al. (1998) [32] dans une conduite cylindrique. Il s'agit d'installations expérimentales, conçues avec beaucoup de précautions, permettant de maintenir l'écoulement laminaire jusqu'à des nombres de Reynolds de  $10^5$ . En fait, il existe deux types distincts d'expériences : (i) les expériences où des perturbations sont introduites dans la zone d'établissement de l'écoulement et (ii) celles où des perturbations sont introduites dans un écoulement de Poiseuille complètement développé. Pour le premier type d'expériences, Wygnanski et Champagne [144] ont montré que la transition dépend de l'amplitude de la perturbation introduite à l'entrée de la conduite. Ces auteurs ont trouvé deux types de structures turbulentes : les "puffs" lorsque  $Re \sim 2700$  et les "slugs" lorsque  $Re \sim 3000$  (cf. figure 7). Pour ce qui est du second type d'expériences, Draad et al. [32] perturbent un écoulement de Poiseuille complètement développé. Les perturbations sont introduites au moyen d'aspirations/inspirations périodiques de fluide aux parois de la conduite. Ainsi, pour de faibles fréquences, la vitesse relative critique (amplitude de la perturbation permettant de déclencher la transition) varie en  $Re^{-1}$ . Lorsque les auteurs ajoutent du polyacrylamide (PAMH) partiellement ionisé, le fluide devient rhéofluidifiant (la viscosité varie entre 1 et 20 fois celle de l'eau) et élastique. Un retard à la transition a été observé. En fait, pour une perturbation donnée, le nombre de Reynolds critique a augmenté.

Finalement, on peut considérer que la transition démarre avec l'apparition de la première bouffée turbulente. Le régime transitoire est caractérisé par des séquences intermittentes de bouffées turbulentes et d'écoulements laminaires. Lorsque les séquences turbulentes sont prépondérantes, l'écoulement est turbulent.

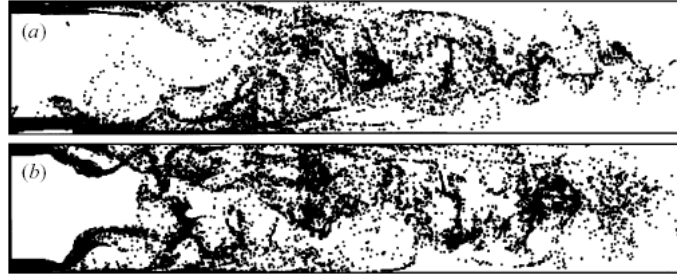


FIG. 7 – Visualisation des bouffées turbulentes (a) “puff” ; (b) “slug” d’après Shan et al. [125]

### 0.3.3 Écoulement turbulent

Un écoulement turbulent dans une conduite est un cas d’écoulement turbulent avec paroi. L’écoulement turbulent pleinement développé se compose de deux zones (cf. figure 8) : une zone interne d’épaisseur  $\delta_t$  (où l’écoulement s’ajuste pour devenir un écoulement purement visqueux près de la paroi jusqu’à devenir un écoulement purement inertiel au bord de la zone interne), et une zone externe où les contraintes turbulentes dominent. Dans la zone interne, il existe trois sous-couches : une sous-couche laminaire visqueuse adjacente à la paroi d’épaisseur  $\delta_v$ , une sous-couche turbulente d’épaisseur  $\delta_t - \delta_b$  et une couche intermédiaire (zone tampon) entre la sous-couche laminaire et la sous-couche turbulente d’épaisseur  $\delta_b - \delta_v$ .

L’écoulement turbulent d’un fluide non-Newtonien en conduite est un cas particulier de turbulence en écoulement avec paroi. En effet, il apparaît dans la zone interne (et plus particulièrement dans la sous-couche turbulente) une compétition entre les forces d’inertie (issus de l’énergie cinétique du fluide) et les forces de viscosité qui vont dépendre de la position à la paroi.

Classiquement, en turbulence, une description statistique des équations de la mécanique des fluides conduit à un système d’équations ouvert. Des modèles simples à une équation ont été proposés par Clapp (1965) [25]. Malin (1997) [78], [79] et [80] propose la fermeture des équations par des méthodes à deux équations de type  $\overline{k} - \epsilon$ . D’après ces modèles, il apparaît, dans la zone tampon, une augmentation de l’intensité de turbulence. Ceci n’est pas clairement quantifié dans les études expérimentales de Park et al. [108] ou Escudier et Presti [39].

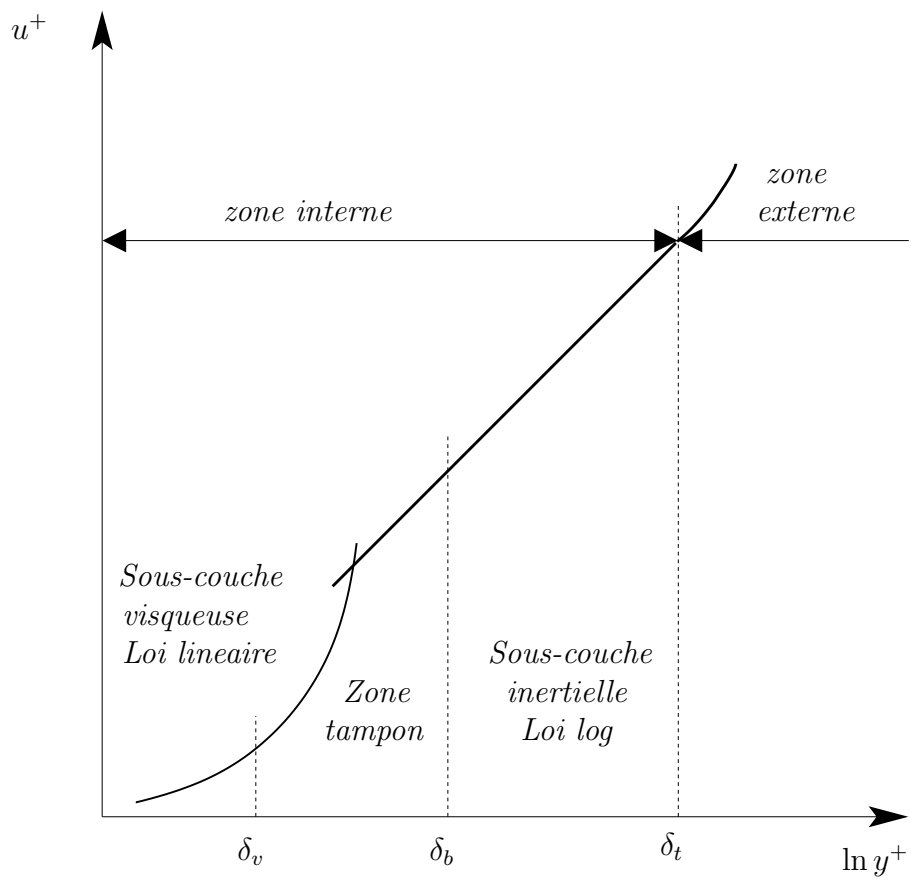


FIG. 8 – Différentes régions d'une couche limite turbulente

### 0.3.4 Transfert thermique

On considère maintenant le problème du transfert thermique entre les parois chauffées d'une conduite et un fluide à seuil en écoulement. La présence d'un seuil induit une augmentation du gradient de vitesse pariétal, donc une augmentation du transfert thermique par rapport à un fluide Newtonien. Une autre particularité des fluides considérés est que le nombre de Prandtl (i.e. le rapport entre la diffusion de quantité de mouvement et la diffusion thermique) est important ( $Pr > 1000$ ). Le transfert de chaleur entre la paroi chauffée et le fluide en écoulement peut être caractérisé par un coefficient de transfert adimensionnel, le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} \quad (8)$$

où  $h$  est le coefficient de transfert thermique,  $D$  le diamètre de la conduite et  $\lambda$  la conductivité thermique du fluide.

#### 0.3.4.1 Convection forcée en régime laminaire

Une analyse d'échelle des différents mécanismes de la convection thermique permet d'obtenir un ordre de grandeur de la longueur d'établissement du régime thermique. En effet, pendant un temps ' $t$ ', la chaleur se propage par conduction dans le fluide selon une distance égale à  $(\alpha t)^{1/2}$ , où  $\alpha$  est la diffusivité thermique. Durant ce temps ' $t$ ', une particule de fluide se déplace axialement d'une distance de l'ordre de  $Ut$ . Le temps ' $t_{\mathcal{L}}$ ' nécessaire pour que la conduction atteigne l'axe de la conduite est  $t_{\mathcal{L}} = O(R^2/\alpha)$ . Un ordre de grandeur de la longueur d'établissement du régime thermique est alors  $\mathcal{L} = O(UR^2/\alpha)$ . Par exemple, pour de l'eau en écoulement dans une conduite de 2 cm de rayon à une vitesse débitante de 1 m/s,  $\mathcal{L} \sim 3000$  m. Ainsi, le régime dynamique est considéré comme établi et le champ thermique en développement le long de la zone de chauffage. En prenant comme limite une densité de flux de chaleur uniforme à la paroi, la figure 9 montre à titre d'exemple l'évolution du nombre de Nusselt le long de la zone de chauffage. Trois zones peuvent être distinguées. Une première zone (1) dite région d'entrée thermique correspondant au développement du régime thermique. Une seconde zone (3) correspondant à l'établissement du régime thermique. Enfin, une zone intermédiaire (2) entre les deux précédentes.

La convection thermique en régime laminaire pour des fluides à seuil ou des fluides rhéofluidifiants dans des conduites cylindriques et annulaires a



été étudiée expérimentalement par Scirocco et al. (1985) [124] et Nouar et al. (1994) [94]. Les études numériques de Nouar et al. (1995) [95] pour un fluide de Herschel-Bulkley thermodépendant en écoulement dans une conduite cylindrique sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. La convection thermique d'un fluide à seuil thermodépendant dans une conduite annulaire avec rotation du cylindre intérieur est également analysée numériquement et expérimentalement par Nouar et al. (1998) [97].

#### 0.3.4.2 Convection forcée en régime transitoire et turbulent

Le transfert thermique en régime transitoire ou turbulent pour des fluides rhéofluidifiants et des fluides à seuil a fait l'objet de plusieurs travaux (Thomas (1960) [134], Yoo (1974) [146], Scirocco (1985) [123] et Wangskarn et Ghorashi (1990) [139]). Il s'agit principalement de mesures de perte de charge et de température de paroi. Des analogies entre le transfert de quantité de mouvement et le transfert de chaleur sont utilisées pour décrire les résultats. Il n'existe pas d'études mesurant le flux de chaleur issu de la turbulence pour des fluides rhéofluidifiants ou à seuil. Des résultats supplémentaires sont nécessaires afin d'estimer ces flux et de pouvoir fournir des modèles fiables.

## 0.4 Problématique scientifique

Suite à l'analyse bibliographique, les problèmes suivant ont été dégagés :

- Parmi les différents critères phénoménologiques, quel est celui qu'il faut utiliser?
- L'écoulement peut-il être instable en présence d'une zone isovitesse.
- Comment se comporte la zone isovitesse lors de la transition laminaire-turbulent?
- Que peut-on dire sur les mécanismes de transition pour un fluide à seuil? Les mécanismes sont-ils très différents de ceux des fluides Newtoniens?
- Quel est l'effet du comportement rhéologique sur l'écoulement turbulent?
- Quel est l'effet du comportement rhéologique sur la convection thermique en régime transitoire et turbulent?

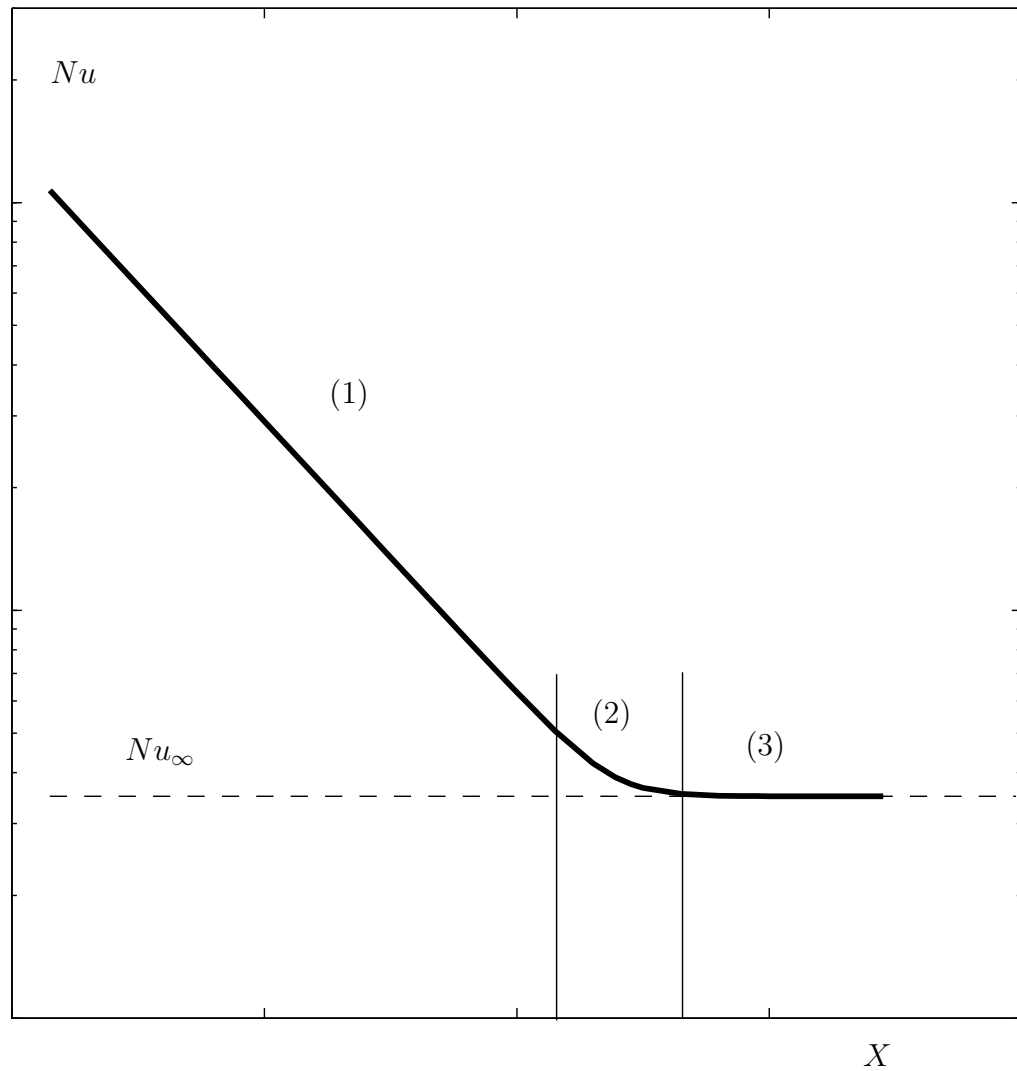


FIG. 9 – Evolution du nombre de Nusselt,  $Nu$ , local en fonction de la distance à l'entrée de la conduite,  $X$

Le présent rapport se propose d'apporter une contribution expérimentale (et donc quantitative) quant à l'effet de la contrainte seuil sur (i) les conditions de transition, (ii) l'écoulement turbulent et (iii) la convection thermique en régime laminaire, transitoire et turbulent. L'analyse bibliographique montre que la transition laminaire-turbulent dans une conduite cylindrique est un phénomène non-linéaire qui dépend fortement des conditions limites. Le choix du modèle rhéologique est déterminant. Cette thèse présente des mesures visant à donner des idées pour de futures approches théoriques ou numériques.

Le chapitre 1 présente l'installation expérimentale et les techniques de mesure. Le comportement rhéologique des fluides utilisés y est aussi décrit. Le chapitre 2 est consacré au rappel des propriétés de l'écoulement laminaire. Le chapitre 3 présente les résultats obtenus en régime transitoire. Les résultats expérimentaux sont analysés afin de déterminer les conditions critiques de transition et de comprendre les mécanismes de transition. Le chapitre 4 présente la description statistique du régime turbulent en conduite. Enfin, le chapitre 5 présente les résultats de l'étude du transfert thermique pour différents régimes d'écoulement.



# Chapitre 1

## Installation expérimentale, techniques de mesures et fluides utilisés

Ce chapitre est structuré en trois paragraphes. Le premier présente l'installation expérimentale et les deux veines d'essais utilisées (la conduite cylindrique et la conduite annulaire). Le second paragraphe décrit l'instrumentation des deux veines d'essais ainsi que les techniques de mesures employées. Enfin, le troisième paragraphe est consacré aux fluides utilisés et à l'analyse de leur comportement rhéologique.

### 1.1 Installation expérimentale

L'installation expérimentale utilisée est schématisée sur la figure 1.1. L'écoulement est assuré au moyen d'une pompe volumétrique (3) à rotor excentré (Moineau 45 I 5). Le débit,  $Q$ , est réglable jusqu'à  $0,008 \text{ m}^3/\text{s}$  (soit  $480 \text{ l}/\text{min}$ ) avec une précision de 1%. Un bac pressurisé de 50 litres (6), placé en amont de la veine d'essai et deux manchons antivibratoires (2) permettent de limiter la transmission des vibrations de la pompe au châssis qui supporte la conduite. L'ensemble de la veine repose sur un berceau constitué par un fer profilé en C, qui assure l'alignement, entre eux, des divers éléments. En plus des vannes manuelle (5), un circuit de dérivation (12) permet de contrôler le débit avec précision dans la veine principale. Une grille (7) assure l'homogénéisation de l'écoulement lors de son entrée dans la veine. Un thermo-

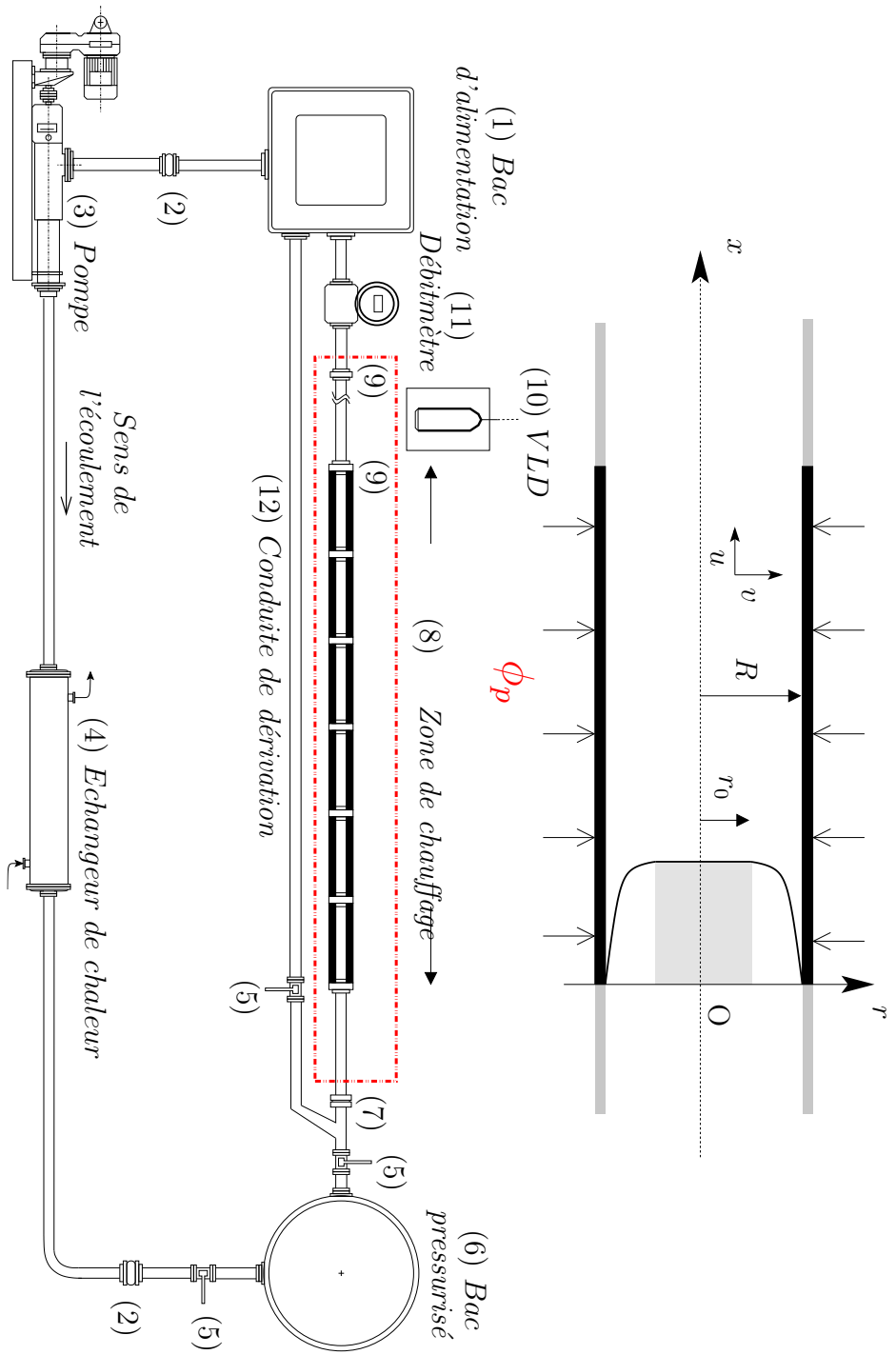


FIG. 1.1 – Schéma de l'installation expérimentale, profile de vitesse et système de coordonnées

couple renseigne sur la température à l'entrée de la veine. La température du fluide est maintenue constante avec une précision de  $0,2^\circ\text{C}$ , à l'aide d'un échangeur tube/calandre CIAT (4), capable d'évacuer jusqu'à  $10\text{ kW}$ . Cet échangeur est alimenté par un mélange thermostaté d'eau et de glycol. Le bac d'alimentation (1) peut contenir jusqu'à 150 litres des 300 litres de fluide nécessaires au fonctionnement optimal de l'installation.

### 1.1.1 Première veine d'essai

La première veine d'essai est une conduite cylindrique d'une longueur totale de  $5\text{ m}$  et de rayon  $R = 15\text{ mm}$ . Elle se compose de trois parties :

- La première en PVC de longueur 80 diamètres contribue à l'établissement du régime dynamique.
- La seconde partie est la zone de chauffage (8). Elle est constituée de six tubes en cuivre de diamètre  $D = 0,03\text{ m}$  et de longueur  $0,36\text{ m}$ , sur lesquels a été bobiné un fil coaxial chauffant (Thermocoax) comprenant un fil conducteur en Nickel-Chrome placé dans une gaine en acier inoxydable ; le fils est isolé de la gaine par de la magnésie. L'ensemble des cylindres en cuivre est efficacement isolé par une couche d'air et un enveloppe de polyméthacrylate de méthyle (Plexiglass).
- La troisième partie, de longueur  $1,8\text{ mètres}$ , est en Plexiglass. Elle permet la mise en œuvre de la VLD. En outre, elle comporte deux prises de pression.

Pour les fluides à seuils considérés, c'est à dire dont le comportement rhéologique peut être décrit par le modèle de Herschel-Bulkley, la longueur d'établissement,  $L$ , est, d'après Froishteter et Vinogradov [48], donnée par :

$$\frac{L}{R Re_g} = \frac{0,23}{n^{0,31}} - 0,4a \quad \text{avec} \quad Re_g = \frac{\rho U^{2-n} R^n}{K} \quad (1.1)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $U$  la vitesse débitante et  $a$  est le rapport de la contrainte seuil sur la contrainte pariétale. La relation (1.1) résulte d'une corrélation des résultats numériques de la résolution des équations du mouvement munies des hypothèses de Prandtl et en adoptant un modèle à deux viscosités. Il est clair que l'hypothèse d'une zone solide indéformable n'est pas compatible avec l'existence d'un gradient sur l'axe de la conduite. Ce paradoxe a déjà été souligné par plusieurs auteurs : Wilson et Taylor [142] et Khatib et Wilson [5]. Les mesures de vitesse ont été effectuées à  $4,5\text{ m}$

( $267R$ ) de l'entrée. D'après la relation (1.1), cette distance est suffisante pour assurer l'établissement de l'écoulement<sup>1</sup>.

### 1.1.2 Seconde veine d'essai

Lors des essais en conduite annulaire, la partie encadrée en pointillées sur la figure 1.1 est remplacée par la conduite annulaire schématisée par la figure 1.1.2. La veine d'essai est constituée de deux cylindres coaxiaux sur une longueur totale de  $3,8\text{ m}$ . Les diamètres de tubes intérieur et extérieur sont respectivement  $22,1/25,4\text{ mm}$  et  $60,3/63,5\text{ mm}$  soit un espace annulaire de  $17,45\text{ mm}$ , un diamètre hydraulique de  $34,9\text{ mm}$ . Le rapport d'aspect de la conduite est  $\eta_1 = 0,421$ . Comme précédemment, trois parties peuvent être distinguées :

- La première de longueur  $0,1\text{ m}$  en Plexiglas permet de raccorder le bac pressurisé à la conduite annulaire. L'entrée de la conduite annulaire se fait à l'aide d'un cône.
- La seconde partie de longueur  $3\text{ m}$  en acier inoxydable est la zone de chauffage.
- La troisième partie en Plexiglas est réservée aux mesures de vitesse à la sortie de la zone de chauffage. Des prises de pression ont été rajoutées.

## 1.2 Techniques de mesures

### 1.2.1 Instrumentation de la première veine d'essai

#### 1.2.1.1 Mesure des débits

Un débitmètre électromagnétique (Endress+Hauser modèle Promag 33F) (11) est placé en aval de la veine d'essai. L'erreur commise sur la mesure de débit n'excède pas 1% de l'étendue de mesure (0 à  $400\text{ l.min}^{-1}$ ).

#### 1.2.1.2 Mesure des pertes de charge

Les deux prises de pression, notées (9) sur la figure 1.1, de  $4\text{ mm}$  de diamètre, situées à  $3,9$  et  $5,1\text{ m}$  de l'entrée de la conduite amont, sont utilisées pour la détermination des pertes de charge. Ces prises sont reliées à

---

1. Par exemple, pour un fluide avec  $\tau_0 = 10\text{ Pa}$ ,  $K = 2\text{ Pa.s}^{-n}$  et  $n = 0,5$  à  $Re' = 3000$  ( $U = 6,25\text{ m/s}$ ,  $Re_g = 960$ ,  $Hb = 0,25$  et  $a \simeq 0,1$ ) donc d'après (1.1),  $L = 235R < 267R$



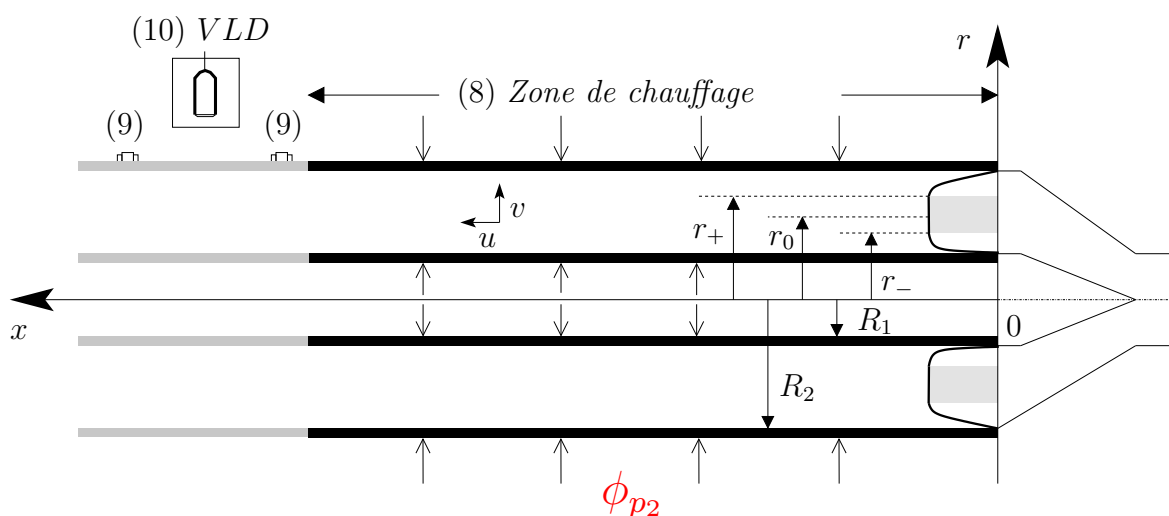


FIG. 1.2 – Schéma de la seconde veine d'essai (conduite annulaire), profil de vitesse et système de coordonnées

un transmetteur de pression différentiel (Druck LPX 9481). La précision du transmetteur est estimée à 0,25% de la valeur maximale de l'étendue de mesure ( $10^3 \text{ Pa}$ ). Les mesures de pression deviennent très délicates par la présence d'un seuil d'écoulement. Pour obtenir des mesures correctes, on utilise des chambres cylindriques reliées aux prises de pression. Les chambres cylindriques et les tubes de raccordement menant au transmetteur sont remplis d'un fluide Newtonien.

### 1.2.1.3 Mesure des vitesses

Les mesures de vitesse axiale sont effectuées dans un plan horizontal situé à 4,5 m de la section d'entrée de la conduite à l'aide d'une chaîne de mesure VLD (10) commercialisée par Dantec (FlowLite system). La chaîne comprend essentiellement une source *Hélium-Néon* (longueur d'onde  $632,8 \text{ nm}$ ) de  $10 \text{ mW}$ , un analyseur de signal Dantec BSA 57N11 Enhanced Burst System, et un micro-ordinateur Optiplex GXA110 (pour le pilotage avec le logiciel BSA Flow Software 1.4). Les paramètres optiques sont les suivants : la séparation initiale des deux faisceaux est égale à  $38,4 \text{ mm}$ , la distance focale de la lentille de sortie est de  $160$  ou  $80 \text{ mm}$ . Les longueurs des volumes de mesure dans

la direction radiale sont respectivement 651 ou 166  $\mu m$ , avec des diamètres respectifs de 77 ou 39  $\mu m$ . La lentille dont la distance focale est de 80  $mm$  est dédiée aux mesures de vitesse près de la paroi. Les écoulements sontensemencés avec des particules sphériques creuses (de diamètre 10  $\mu m$  de manière à pouvoir travailler efficacement en rétro-diffusion). On peut montrer, en supposant que le mouvement des particules est gouverné par le frottement avec le fluide environnant, que la fréquence limite de suivi du mouvement par les particules est de 1  $MHz$  (Durst, Melling et Whitelaw [34]).

En général, l'intégration des données du signal VLD dans le volume de mesure conduit à des erreurs sur la vitesse. Ceci est particulièrement remarquable près de la paroi où les variations de la vitesse le long du volume de mesure sont maximales. Durst, Jovanović et Sender [35] ont validé expérimentalement (en comparant des mesures VLD avec différentes tailles de volume de mesure et des mesures par film chaud) les expressions suivantes :

$$\overline{u_{mes}} = \bar{u} + \frac{d^2}{32} \left( \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right) \quad (1.2)$$

$$\overline{u_{mes}^2} = \bar{u}^2 + \frac{d^2}{16} \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 \quad (1.3)$$

où  $u_{mes}$  est la vitesse mesurée et  $d$  est le diamètre du volume de mesure. Les mesures de fluctuation de la vitesse présentés dans ce manuscrit sont corrigées à l'aide de l'expression précédente (1.3).

Pour chaque campagne de mesure, les acquisitions de vitesse ont été effectuées à des fréquences de l'ordre de 100  $Hz$  à 1  $kHz$ . Chaque série de mesure comporte 40000 points avec des fenêtres de mesure de l'ordre de huit fois l'écart type de la distribution de vitesse. Les erreurs de mesures ainsi obtenues sont estimées à 0,5% pour la vitesse moyenne, 1% pour le taux de fluctuation, 2% pour le moment d'ordre trois (facteur de dissymétrie) et 4% pour le moment d'ordre quatre (facteur d'aplatissement). La sonde VLD (10) est posée sur un banc permettant un déplacement radial avec une résolution spatiale, prenant en compte les erreurs de positionnement et d'alignement angulaire du volume de mesure, de 30  $\mu m$ .

#### 1.2.1.4 Mesure des températures

Chaque élément chauffant comprend en paroi huit thermocouples Chromel-Alumel de diamètre 1  $mm$ . Cinq de ces thermocouples sont régulièrement espacés le long d'une génératrice sur la paroi supérieure. Ils permettent de

déterminer l'évolution de la température de paroi le long de la conduite chauffée. De plus, dans une section (au milieu de chaque tronçon), trois thermocouples supplémentaires situés à 90 degrés l'un de l'autre permettent de vérifier si la convection naturelle doit être prise en compte ou pas. L'ensemble de ces thermocouples (40) est relié à une centrale de mesure thermique Solartron Logger 3430 de *Schlumberger*. Cet appareil comprend 70 voies d'entrée et une compensation de soudure froide. La précision est de  $0,2^{\circ}\text{C}$ . La scrutation des différentes voies se fait à l'aide d'un logiciel d'exploitation SA20/70/120 LTC20W version F.03

### 1.2.1.5 Mesure des flux de chaleur

Le système de chauffage est le même que celui utilisé par Scirocco [123], [124] et Fagla [43]. Il s'agit d'un chauffage pariétal par effet Joule à densité de flux de chaleur constante sur une longueur totale de  $2,16\text{ m}$ . Les éléments chauffants sont alimentés électriquement au moyen d'un autotransformateur triphasé (Variac) réglable. La puissance fournie est mesurée à l'aide d'un wattmètre (AOIP).

## 1.2.2 Instrumentation de la seconde veine d'essai

### 1.2.2.1 Mesure des pertes de charge

La conduite annulaire possède deux prises de pression notées (9) sur la figure 1.1.2. Ces prises sont de  $4\text{ mm}$  de diamètre, distantes de  $0,5\text{ m}$ , situées à  $3,2\text{ m}$  de l'entrée de zone de chauffage et reliées au transmetteur de pression différentiel.

### 1.2.2.2 Mesure des flux de chaleur

Le système de chauffage est le même que celui décrit par Lai [71] et Nouar et al. [99]. Les deux cylindres sont chauffés par passage direct de courant électrique dans les parois du tube. Neuf ailettes en acier inoxydables ont été soudées sur les tubes, en trois positions axiales différentes (entrée, milieu et sortie de la veine en acier), afin (i) d'assurer la coaxialité des deux cylindres et (ii) de permettre le passage du courant électrique du cylindre extérieur (relié aux connexions électriques) au cylindre intérieur. Les densités surfaciques de flux de chaleur  $\phi_{p_1}$  et  $\phi_{p_2}$  imposées respectivement sur les cylindres intérieur et extérieur sont dans un rapport égal à 0,94. La résistivité électrique du

tube en acier inoxydable (de type 316L) varie avec la température suivant :  $\rho_{elec} = 7,4 \cdot 10^{-7} [1 + 85 \cdot 10^{-5} (T - 20)]$  avec  $T$  en °C et  $\rho_{elec}$  en  $\Omega m$ . Lorsque la température de paroi augmente de 20°C à 80°C,  $\rho_{elec}$  augmente de 5%. Pour tout les essais expérimentaux,  $\rho_{elec}$  est calculé à la température de paroi moyenne. Le système d'alimentation électrique comprenant un autotransformateur réglable, un transformateur abaisseur de tension d'une puissance de 15 kVA, relié à la conduite annulaire par deux connexions métalliques et des barres de cuivre. Ainsi, la puissance électrique provenant du réseau (380 volts alternatif monophasé) peut être modulée par l'intermédiaire de l'autotransformateur. Pour une puissance électrique maximale (potentiomètre de l'autotransformateur positionné sur 100%), la tension passe de 380 à 8,5 volts entre le circuit primaire et le circuit secondaire du transformateur, et l'intensité est pas conséquent très élevée au niveau des tubes en acier inoxydable (supérieure à 1 kA). La tension aux bornes de la conduite annulaire est mesurée à l'aide d'un voltmètre digital précis à 0,01 volt près. Lai [71] estime l'erreur sur la mesure des flux de chaleur à 6%

### 1.2.2.3 Mesure des températures

L'évolution de la température de paroi est déterminée à l'aide de 30 thermocouples de type Chromel-Alumel placés à 13 positions axiales différentes. Dans les onze premières positions, deux thermocouples sont placés : un en haut de la conduite, l'autre en bas. Dans les deux dernières positions, quatre thermocouples sont placés à 90 degrés l'un de l'autre. Comme dans le cas de la conduite cylindrique, le but est de vérifier s'il est nécessaire de prendre en compte la convection naturelle. Les positions axiales sont choisies sur la base de la solution de Lévêque ( $T - T_e \propto x^{1/3}$ ) afin que les mesures de températures soient uniformément réparties sur une courbe en fonction de  $\log(x)$

### 1.2.3 Rhéométrie

La caractérisation rhéologique des fluides de travail est effectuée à l'aide d'un rhéomètre AR-2000 (TA Instrument) fonctionnant à couple imposé. Trois géométries sont utilisées : une première géométrie cône/plan en acier (angle : 0,5 degré, diamètre : 40 mm et troncature : 15  $\mu m$ ), une seconde géométrie cône rugueux/plan en aluminium (angle : 1 degré, diamètre : 60 mm et troncature : 24  $\mu m$ ) et une troisième géométrie cône/plan en acry-

lique (angle: 1,1 degré, diamètre: 60 mm et tronçature: 33  $\mu\text{m}$ ) réservée spécifiquement aux mesures de temps de relaxation, aux tests de fluages et aux tests d'oscillations, afin de minimiser les effets d'inertie (Baravian et Quemada [9, 10]). La température du plan est contrôlée ( $\pm 0,1^\circ\text{C}$ ) à l'aide d'une cellule à effet Peltier.

## 1.3 Fluides de travail

Trois types de fluides ont été retenus: (i) un fluide à seuil, (ii) un fluide rhéofluidifiant de façon à distinguer l'effet de la rhéofluidification de l'effet du seuil, et (iii) un fluide de référence Newtonien. Les fluides utilisés sont:

- des solutions aqueuses de 0,1 à 0,2% en masse de Carbopol 940 de B.F. Goodrich, comme fluides à seuil.
- des solutions aqueuses de 1 à 2% de CarboxyMethylCellulose (CMC 7M1C) d'Hercules Aqualon, comme fluides rhéofluidifiants.
- une solution de sirop de glucose à 76% produit par Cerestar, comme fluide Newtonien.

Les solutions de Carbopol et de CMC ont déjà été utilisés par plusieurs auteurs (Barnes [12], Escudier et al. [39], Yoo [146], Nouar et al. [97], ...). Leurs comportements rhéologiques, leur transparence optique (facilitant les mesures par VLD) et la non-toxicité sont les propriétés qui ont influencé notre choix.

### 1.3.1 Préparation

La solution de Carbopol est préparée dans des récipients de 25 litres d'eau déminéralisée. Ce polymère possède une masse moléculaire de 2,1  $\text{Mg/mol}$ . La poudre de Carbopol est versée progressivement dans le vortex créé par un agitateur (Heidolph) à pales (la vitesse de rotation, ici pouvant aller jusqu'à 2000 tours par minutes, influe sur la rhéologie du fluide d'après Baudonnet et al. [14]). Afin d'obtenir une bonne dispersion, l'agitation est maintenue ensuite pendant 30 minutes. La solution obtenue est acide avec un pH de l'ordre de 3. La solution est neutralisée à l'aide d'une solution de soude. La neutralisation s'accompagne d'un processus de gélification. Cette transition sol-gel a pour origine un déploiement de longues chaînes qui constituent ce polymère et c'est seulement par un effet d'encombrement et d'enchevêtrement

de ces longues chaînes déployées que le gel parvient à se structurer. Le pH est contrôlé à l'aide de papier pH.

La solution de CMC est obtenue par un simple mélange de poudre de CMC dans de l'eau déminéralisée. La masse moléculaire de ce polymère est de 0,3 *Mg/mol*

Le sirop de glucose est obtenu par le mélange du sirop dans l'eau.

Les solutions sont préparées dans des récipients de 25 litres. Pour un fonctionnement optimal de l'installation expérimentale, il est nécessaire de préparer 300 litres de fluide. Quelques millilitres de Formaldéhyde sont ajoutés afin de limiter la dégradation bactériologique des produits.

## 1.3.2 Analyse rhéologique

### 1.3.2.1 Viscosité de cisaillement

Les mesures en cisaillement simple ont été effectuées sur une gamme de taux de cisaillement proche de celle rencontrée dans la conduite (dans le cas d'une conduite cylindrique:  $0,1 < \dot{\gamma} < 4000 \text{ s}^{-1}$  et dans le cas de la conduite annulaire  $0,1 < \dot{\gamma} < 1000 \text{ s}^{-1}$ ). La figure 1.3 présente l'évolution de la viscosité apparente et de la contrainte pour les trois fluides sélectionnés en fonction du taux cisaillement. Le comportement de la solution de Carbopol à 0,2% est bien décrit par le modèle de Herschel-Bulkley (3) et (4). Ceci est confirmé par différents auteurs Roberts et Barnes [117] et Nouar et al. [95]. Il est important de noter que les paramètres rhéologiques obtenus ( $\tau_0$ ,  $K$  et  $n$ ) résultent d'une régression linéaire des résultats expérimentaux par le modèle considéré. Le comportement de la solution de CMC à 2% est bien décrit par le modèle de Cross :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{1 + (k\dot{\gamma})^m} \quad (1.4)$$

Le comportement de la solution de CMC à 2% et le comportement de la solution de Carbopol à 0,2% sont similaires pour de forts taux de cisaillement.

Pour ce qui est de l'effet de la température, la figure 1.4(a) donne des courbes d'écoulement pour une solution de Carbopol à 0,2% à différentes températures  $10 < T < 90^\circ\text{C}$ . Elle met clairement en évidence la thermodépendance du comportement rhéologique d'une solution de Carbopol. La figure 1.4(b) montre l'évolution des paramètres rhéologiques en fonction de température. La contrainte seuil varie faiblement vis à vis de la température comme l'a observé Forrest et al. [45]. L'indice de structure varie aussi très

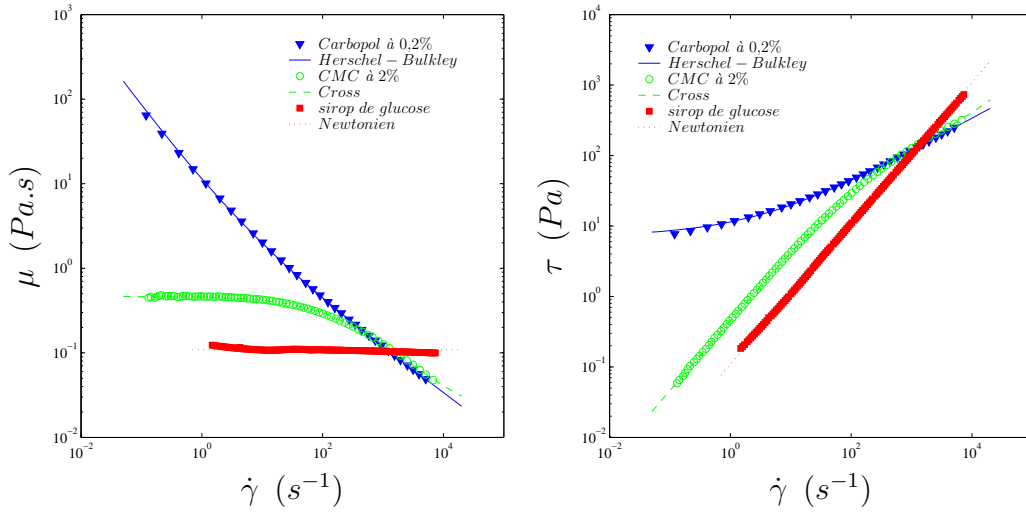


FIG. 1.3 – (a)  $\mu(\dot{\gamma})$  (b)  $\tau(\dot{\gamma})$  La viscosité du sirop de glucose est de 0,1 Pa.s. Le comportement de la solution de CMC à 2% est décrit par le modèle de Cross ( $\mu_0 = 0,46$  Pa.s,  $\mu_\infty = 13,6$  mPa.s,  $k = 4,75 \cdot 10^{-3}$  s et  $m = 0,71$ ) et le comportement de la solution de Carbopol à 0,2% est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 2,3$  Pa,  $K = 1,9$  Pa.s<sup>n</sup> et  $n = 0,5$ )

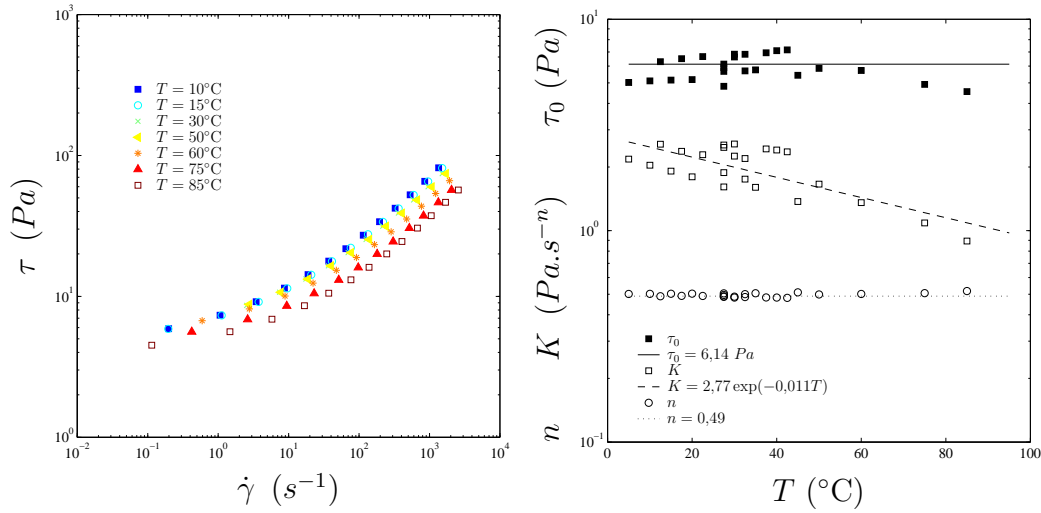


FIG. 1.4 – (a)  $\tau(\dot{\gamma})$  pour du Carbopol à 0,2% à différentes températures  $T = 10, 15, 30, 50, 60, 75$  et  $85^\circ\text{C}$  et (b) Evolutions de  $\tau_0$ ,  $K$ , et  $n$  en fonction de la température  $T$

faiblement (2%). Le fluide est thermodépendant essentiellement au travers de la consistance :  $K(T) = K_0 \exp(-bT)$ . Le paramètre de thermodépendance  $b$  diminue lorsque la concentration augmente, ceci a également été mis en évidence par Naïmi et al. [90]. Pour le fluide testé,  $b$  vaut  $0,011^\circ\text{C}^{-1}$ . A titre de comparaison, pour l'eau  $b \simeq 0,02^\circ\text{C}^{-1}$

Les résultats dans la conduite annulaire ont été obtenus avec des solutions de Carbopol à 0,1% et de CMC à 1%. On a conservé la même installation expérimentale (la même pompe) et, simplement, la conduite cylindrique a été remplacée par une conduite annulaire. En fait, la section de passage est multipliée par 3,3. C'est pourquoi, pour atteindre un écoulement turbulent, il faut "réduire" la viscosité des fluides utilisés et donc la concentration en polymère. La figure 1.5 présente les courbes d'écoulement pour une solution de Carbopol à 0,1% et une solution de CMC à 1% à différentes température.

### 1.3.2.2 Tests d'oscillations

La détermination des temps de relaxation peut également être effectuée en soumettant le matériau à une sollicitation périodique. Une contrainte sinusoidale de faible amplitude est imposée :  $\tau = \tau_\varepsilon \exp(i\omega t)$ , la réponse en déformation est également sinusoidale, avec un déphasage  $\delta$  par rapport à la déformation :  $\gamma = \gamma_\varepsilon \exp(i\omega t + \delta)$ . La contrainte et la déformation sont reliées par un module de cisaillement complexe  $G^*$  tel que :

$$\tau(t) = G^*(\omega) \gamma(t) \quad \text{et} \quad G^* = G' + iG'' \quad (1.5)$$

où les parties réelles et imaginaires de  $G^*$  sont respectivement le module de conservation (associé à la réponse élastique) et le module de perte (associé à la réponse de type visqueux).

En pratique, après avoir vérifié le domaine de viscoélasticité linéaire, on impose une contrainte de  $0,1 Pa$ . Une comparaison avec des données à  $1 Pa$ , également dans la région linéaire, montre un bon accord et confirme que les propriétés viscoélastiques observés sont indépendantes de la contrainte dans la région linéaire. Le module de stockage ( $G'$ ) et le module de perte ( $G''$ ) sont tracés dans la figure 1.6 pour de la solution de CMC à 2% et la solution de Carbopol à 0,2%. Les résultats obtenus sont cohérents avec ceux de Escudier et al. [41] pour la solution de CMC à 2% et avec ceux de Kim et al. [68] et Baudonnet et al. [14] pour la solution de Carbopol à 0,2%. La comparaison entre les résultats des différents fluides indique que pour de faibles fréquences, l'élasticité est plus importante pour la solution de Carbopol à 0,2% que pour



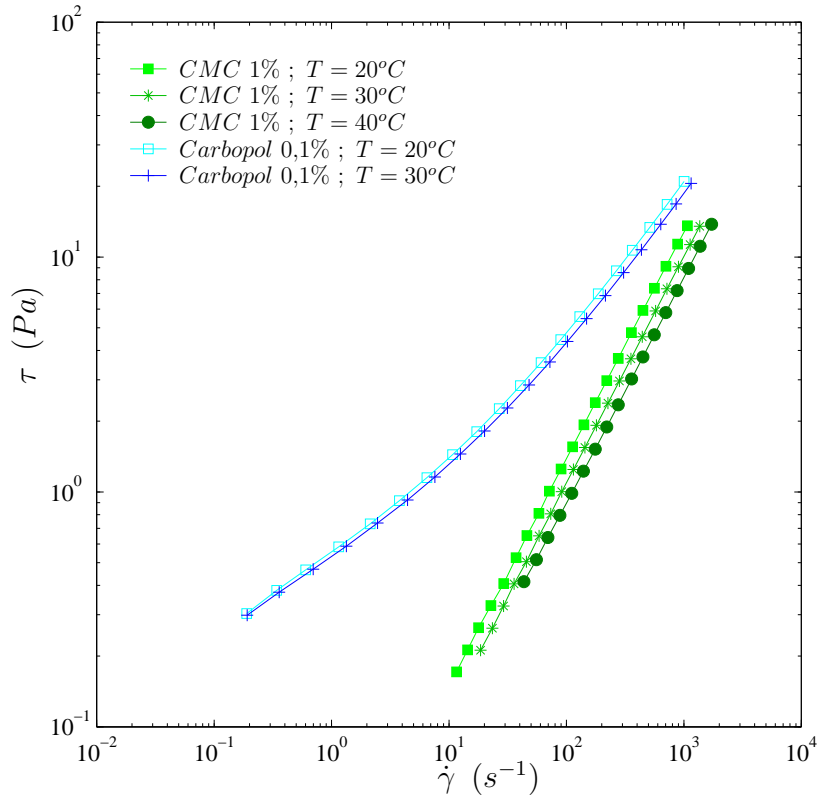


FIG. 1.5 –  $\tau(\dot{\gamma})$  pour (i) une solution de Carbopol à 0,1% à  $T = 20$  et  $30^\circ C$  dont le comportement peut être décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 0,4 Pa$ ,  $K = 0,14 Pa.s^n$ ,  $n = 0,7$  et  $b \simeq 0,02^\circ C^{-1}$ ) et (ii) une solution de CMC à 1% à  $T = 20$ ,  $30$  et  $40^\circ C$  dont le comportement peut être décrit par le modèle de Ostwald-de Waele ( $k = 63 mPa.s$  et  $n = 0,9$  et  $b \simeq 0,02^\circ C^{-1}$ )

la solution de CMC à 2%. En fait, pour de faibles contraintes, on analyse la phase gel de la solution de Carbopol à 0,2%. Pour la solution de CMC à 2%, les deux modules sont du même ordre de grandeur et augmentent continuellement avec la fréquence. Ceci peut s'interpréter par une distribution assez large des temps de relaxation. Ces temps de relaxation correspondent aux différents modes de déformation des chaînes de polymères. Pour la solution de Carbopol à 0,2%, il apparaît une bande de fréquence dans laquelle  $G'$  et  $G''$  sont constants. Ce plateau est typique du comportement d'un gel dû à un enchevêtrement de polymères. Kim et al. [68] montrent que l'augmentation de la température diminue l'élasticité ( $G'$ ) du gel.

### 1.3.2.3 Première différence de contrainte normale

D'après Barnes et al. [11], on peut considérer qu'un liquide est très viscoélastique lorsque la première différence de contrainte normale  $N_1$  ( $= \tau_{xx} - \tau_{yy}$  dans un écoulement de cisaillement simple) est supérieure à la contrainte de cisaillement ( $N_1 > \tau$ ). Ce critère a été utilisé par Escudier et al. [40]. En fait, cette première différence de contrainte normale est due à une anisotropie de la structure interne du fluide. Au repos, la macromolécule en solution a l'aspect d'une "pelote" contenue dans une enveloppe sphérique. Lorsqu'elle est soumise à un cisaillement suffisamment fort, cette pelote se déforme en un ellipsoïde dont le grand axe a tendance à s'orienter dans la direction de l'écoulement. L'élasticité du polymère a tendance à ramener cet ellipsoïde vers une forme sphérique. La force de rappel est maximale dans la direction de l'écoulement et elle est responsable de l'apparition d'une compression le long de l'écoulement. C'est cela qui donne lieu à une différence de contraintes normales.

De plus, Barnes et al. [11] montrent que  $N_1(\tau)$  suit une loi puissance indépendante de la concentration et de la température pour tous les fluides. Les données de la figure 1.7(a) permettent d'écrire les relations suivantes :  $N_1 = 0,163 \tau^{1,41}$  pour la solution de CMC à 2% et  $N_1 = 0,085 \tau^{1,63}$  pour la solution de Carbopol à 0,2%. Ainsi, la solution de CMC à 2% peut être dite très viscoélastique pour  $\tau > 88 Pa$  et la solution de Carbopol à 0,2% pour  $\tau > 111 Pa$ . De ce point de vue, la solution de CMC à 2% est plus élastique que la solution de Carbopol à 0,2%. Les caractéristiques de la contrainte normale  $N_1(\dot{\gamma})$  sont données dans la figure 1.7(b)

Finalement, il faut retenir que (i) la viscosité en cisaillement simple de

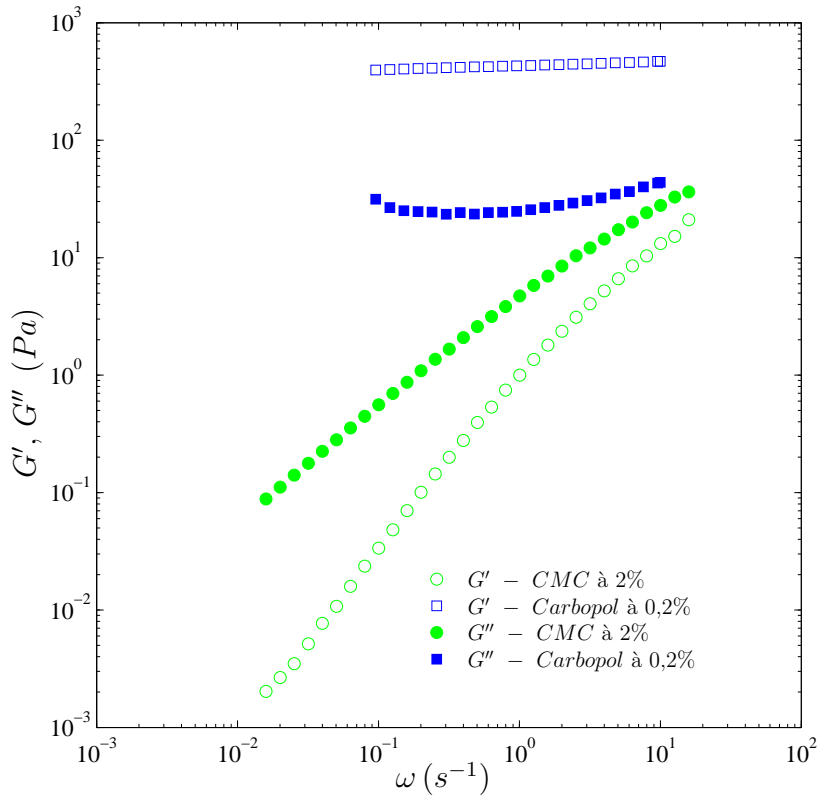


FIG. 1.6 – Modules élastique ( $G'$ ) et visqueux ( $G''$ )

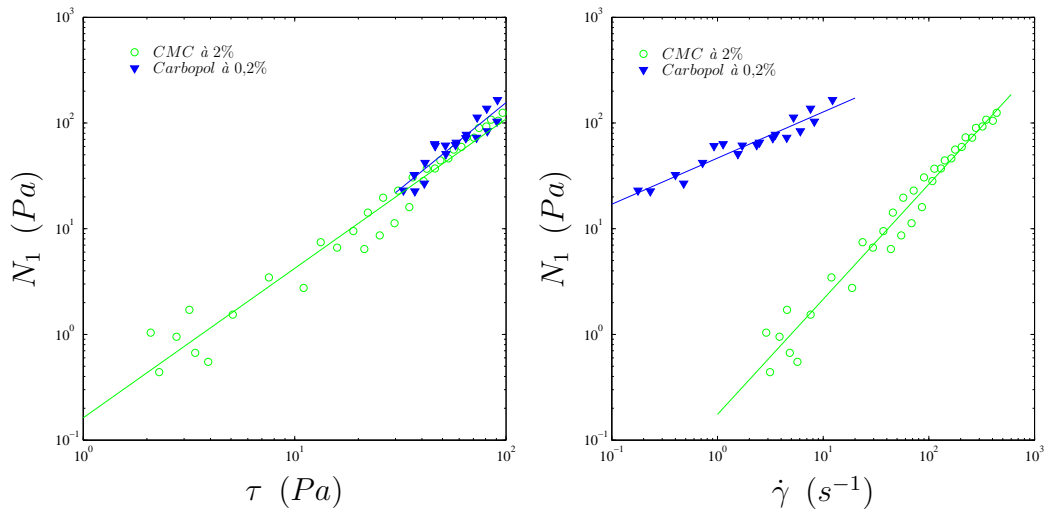


FIG. 1.7 – (a)  $N_1(\tau)$  et (b)  $N_1(\dot{\gamma})$

la solution de Carbopol à 0,2% est bien décrite par le modèle de Herschel-Bulkley, (ii) le temps de relaxation de la solution de Carbopol à 0,2% est de l'ordre de 0,1 seconde et (iii) à faibles contraintes, la solution de Carbopol à 0,2% se comporte comme un gel ; à fortes contraintes, la solution de CMC à 2% et la solution de Carbopol à 0,2% sont très viscoélastiques (à très fortes contraintes, la solution de CMC à 2% est même plus viscoélastique que la solution de Carbopol à 0,2%).

**Remarques** Les propriétés rhéologiques de ces solutions (principalement pour les solutions de Carbopol) évoluent au cours du temps (dégradation chimique et mécanique). Aussi, un essai rhéologique de cisaillement simple est effectué avant et après chaque étude expérimentale. Chaque résultat est donné avec les paramètres de viscosité de cisaillement correspondants.

La masse volumique, la conductibilité thermique et la capacité calorifique des solutions de polymères sont supposées celles pour l'eau, compte tenu des faibles concentrations utilisés. La masse volumique du sirop de glucose est 1,2 fois celle de l'eau.

## Chapitre 2

### Régime laminaire

Ce chapitre détermine les caractéristiques de l'écoulement de Poiseuille d'un fluide à seuil en écoulement laminaire isotherme dans une conduite cylindrique ou annulaire. Le comportement du fluide est supposé être décrit par le modèle de Herschel-Bulkley. Les profils de vitesse axiale et les lois de perte de charge théoriques sont comparés aux mesures expérimentales.

#### 2.1 Ecoulement de Poiseuille d'un fluide de Herschel-Bulkley en conduite cylindrique

Bird et al. (1983) [16] ont donné les expressions des profils de vitesse dans le cas d'écoulements unidirectionnels dans une conduite cylindrique. En régime dynamique établi, les équations du mouvement se réduisent à :

$$0 = -\frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\tau) \quad (2.1)$$

avec :

$$\frac{du}{dr} = 0 \quad ; \quad |\tau| \leq \tau_0 \quad (2.2)$$

$$\tau = \operatorname{sgn} \left( \frac{du}{dr} \right) \tau_0 + \operatorname{sgn} \left( \frac{du}{dr} \right) K \left| \frac{du}{dr} \right|^n \quad ; \quad |\tau| > \tau_0 \quad (2.3)$$

L'intégration de l'équation (2.1) en utilisant les équations constitutives (2.2) et (A.2) et moyennant les conditions limites (i) d'adhérence à la paroi

et (ii) de continuité des contraintes à l'interface sol-gel donne :

$$u = \frac{R}{m+1} \left( \frac{\tau_p}{K} \right)^m (1-a)^{m+1} \quad ; \quad 0 \leq \eta < a \quad (2.4)$$

$$u = \frac{R}{m+1} \left( \frac{\tau_p}{K} \right)^m (1-a)^{m+1} \left[ 1 - \left( \frac{\eta-a}{1-a} \right)^{m+1} \right] \quad ; \quad a \leq \eta \leq 1 \quad (2.5)$$

où  $\eta = r/R$ ,  $m = 1/n$ ,  $a = r_0/R = \tau_0/\tau_p$  est la dimension réduite de la zone isovitesse et  $\tau_p$  est la contrainte pariétale. En introduisant  $U$ , la vitesse débitante, les relations précédentes (2.4) et (2.5) peuvent se mettre sous la forme :

$$\frac{u}{U} = \frac{n}{n+1} \left( \frac{Hb}{a} \right)^{\frac{1}{n}} (1-a)^{\frac{n+1}{n}} \quad ; \quad 0 \leq \eta < a \quad (2.6)$$

$$\frac{u}{U} = \frac{n}{n+1} \left( \frac{Hb}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \left[ (1-a)^{\frac{n+1}{n}} - (\eta-a)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad ; \quad a \leq \eta \leq 1 \quad (2.7)$$

où  $Hb$  est le nombre de Herschel-Bulkley (ou de Bingham généralisé). C'est le rapport entre la contrainte seuil et une contrainte visqueuse nominale défini par :

$$Hb = \frac{\tau_0 R^n}{K U^n} = \frac{\tau_0}{K \left( \frac{U}{R} \right)^n} \quad (2.8)$$

Globalement, l'écoulement de Poiseuille d'un fluide à seuil est caractérisé par la présence de deux phases. Une phase liquide à  $|\tau| > \tau_0$  au contact avec la paroi et une phase solide ou gel où  $|\tau| \leq \tau_0$  dans la partie centrale de la conduite. A l'interface entre les deux zones, on a  $|\tau| = \tau_0$ . De part et d'autre de cette isovitesse, le fluide est cisailé, la viscosité décroît de l'interface à la paroi. En outre, la viscosité apparente tend vers l'infini au voisinage de l'interface.

La dépendance de  $a$  vis à vis de  $Hb$  et de  $n$  est déterminée à l'aide de l'équation de continuité globale :

$$\int_0^1 \frac{u}{U} \eta d\eta = \frac{1}{2} \quad (2.9)$$

On montre que :

$$0 = (1-a)^{\frac{3n+1}{n}} - \frac{3n+1}{n} (1-a)^{\frac{2n+1}{n}} + \frac{(2n+1)(3n+1)}{2n^2} (1-a)^{\frac{n+1}{n}} + \frac{(3n+1)(2n+1)(n+1)}{2n^3} \left(\frac{a}{Hb}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.10)$$

Cette équation est résolue numériquement en utilisant la méthode de Newton. Les comportements asymptotiques de  $a$  lorsque  $Hb \rightarrow 0$  ou lorsque  $Hb \rightarrow \infty$  sont données par :

$$a \sim \left(\frac{n}{3+n}\right)^n Hb - \frac{1}{2n+1} \left(\frac{n}{3+n}\right)^{2n-1} Hb^2 \quad \text{lorsque } Hb \rightarrow 0 \quad (2.11)$$

$$a \sim 1 - c_1 \left(\frac{1}{Hb}\right)^{\frac{1}{1+n}} + c_2 \left(\frac{1}{Hb}\right)^{\frac{2}{1+n}} \quad \text{lorsque } Hb \rightarrow \infty \quad (2.12)$$

$$c_1 = \left(\frac{1+n}{n}\right)^{\frac{n}{n+1}} ; \quad c_2 = \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} c_1^2$$

La figure 2.1 représente  $a$  en fonction de  $Hb$  pour trois valeurs de  $n$  : 0,1, 0,5 et 1. Les traits en pointillés représentent les expressions (2.11) et (2.12) de  $a(Hb)$ . Cette figure permet de déterminer la dimension de la zone plastique connaissant les constantes rhéologiques du fluide, le rayon de la conduite et le débit. Il convient de retenir que la structure de l'écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley ne dépend que de  $Hb$  et de  $n$ .

La figure 2.2 donne un exemple de profil de vitesse axiale mesuré pour une solution de Carbopol à 0,2%. Le profil de vitesse expérimental est en bon accord avec la solution théorique représentée en trait continu. Il faut remarquer qu'il est difficile à partir des profils expérimentaux de délimiter la zone isovitesse. Des traits verticaux indiquent la dimension théorique de la zone plastique. En fait, la zone isovitesse est environnée par une zone à très faible gradient de vitesse correspondant à un fluide de très forte viscosité apparente. A titre de comparaison, des profils expérimentaux et théoriques de vitesse pour un fluide rhéofluidifiant (une solution de CMC à 2%) et pour un fluide Newtonien (un solution de sirop de glucose) sont également représentés. L'erreur maximale entre les vitesses mesurées et les vitesses théoriques ne dépasse pas 2%. Pour les différents essais expérimentaux, le profil de vitesse axiale mesurée est symétrique. On se contentera par la suite de donner uniquement des demi profils.

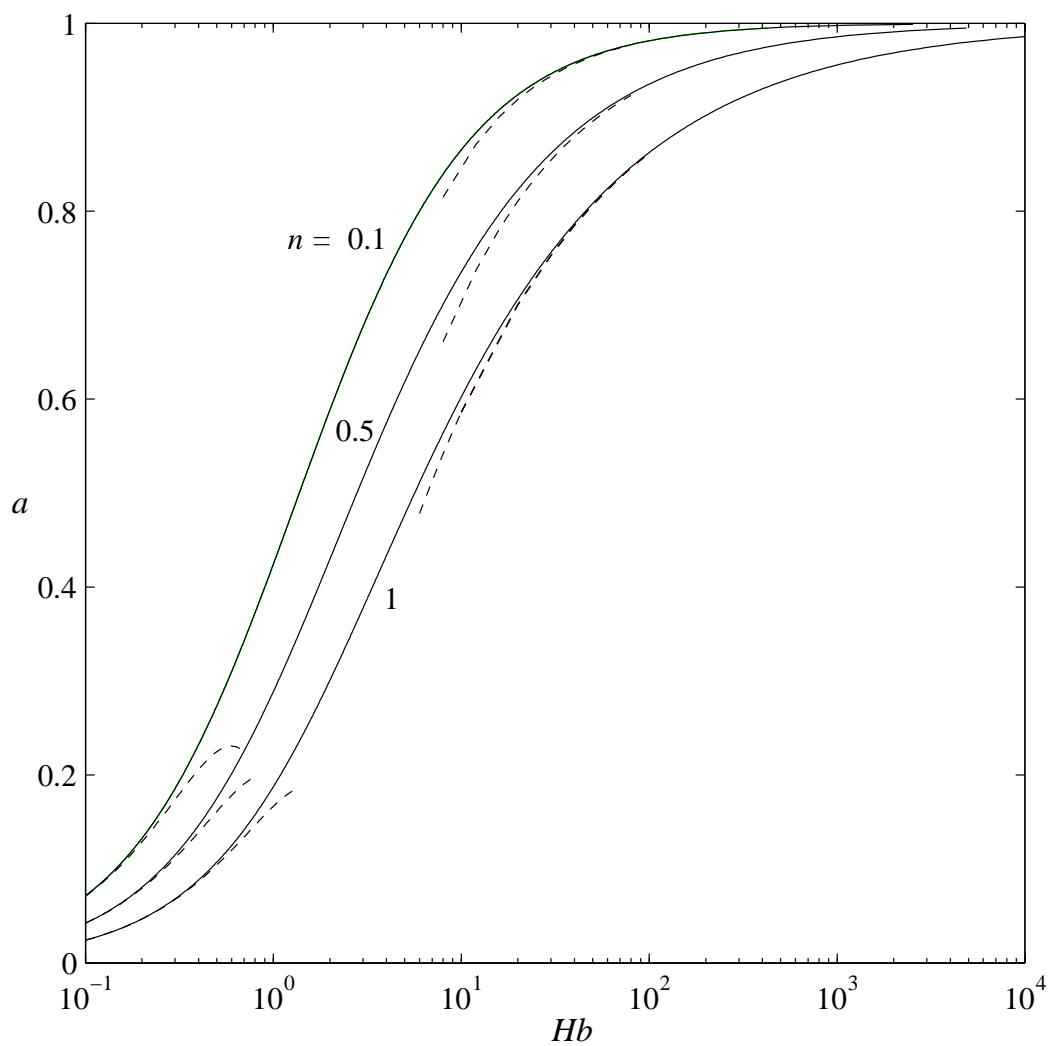


FIG. 2.1 – Dimension de la zone isovitesse en fonction du nombre de Herschel-Bulkley pour  $n = 0,1, 0,5$  et  $1$



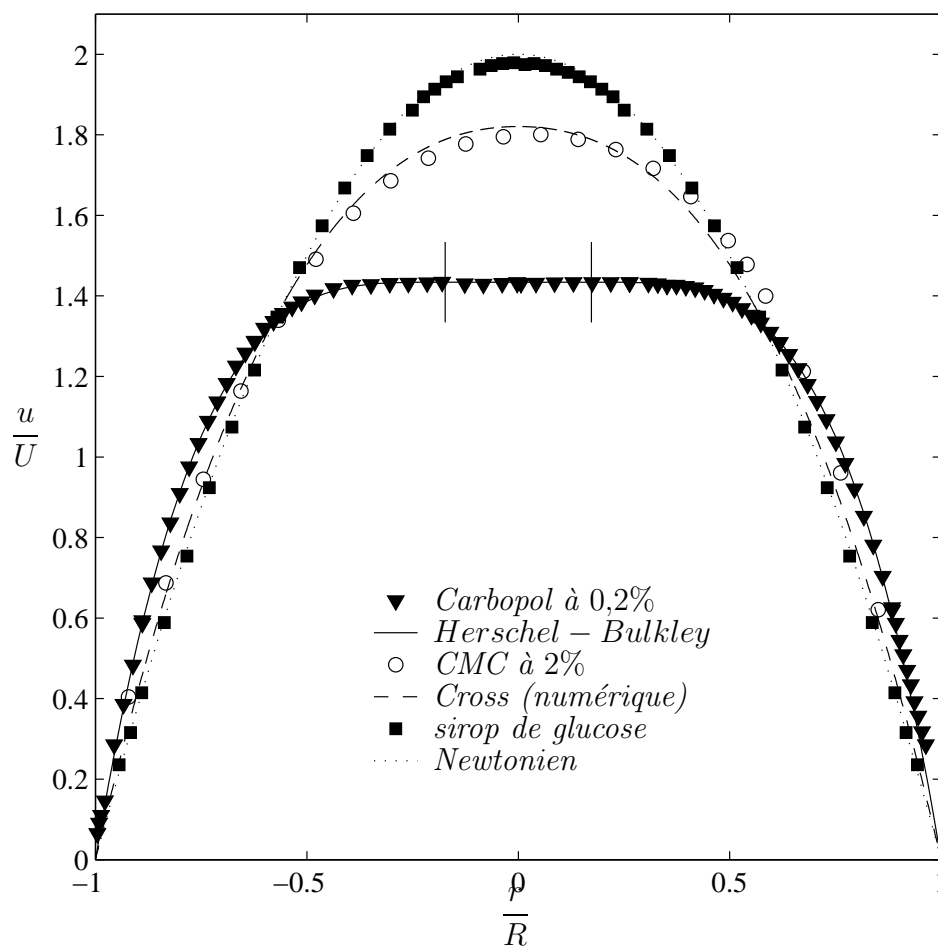


FIG. 2.2 – Profils de vitesse axiale pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 46 \text{ Pa}$ ,  $K = 15 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$ ,  $n = 0,38$ ,  $U = 3 \text{ m/s}$ ,  $Hb = 0,42$  et  $Re' = 280$ ), une solution de CMC à 2% ( $\mu_0 = 0,17 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\mu_\infty = 30 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ,  $k = 2,24 \text{ ms}$ ,  $m = 0,96$ ,  $U = 4,7 \text{ m/s}$ , et  $Re' = 1200$ ) et un sirop de glucose ( $\mu = 0,1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $U = 2,1 \text{ m/s}$  et  $Re = 640$ )

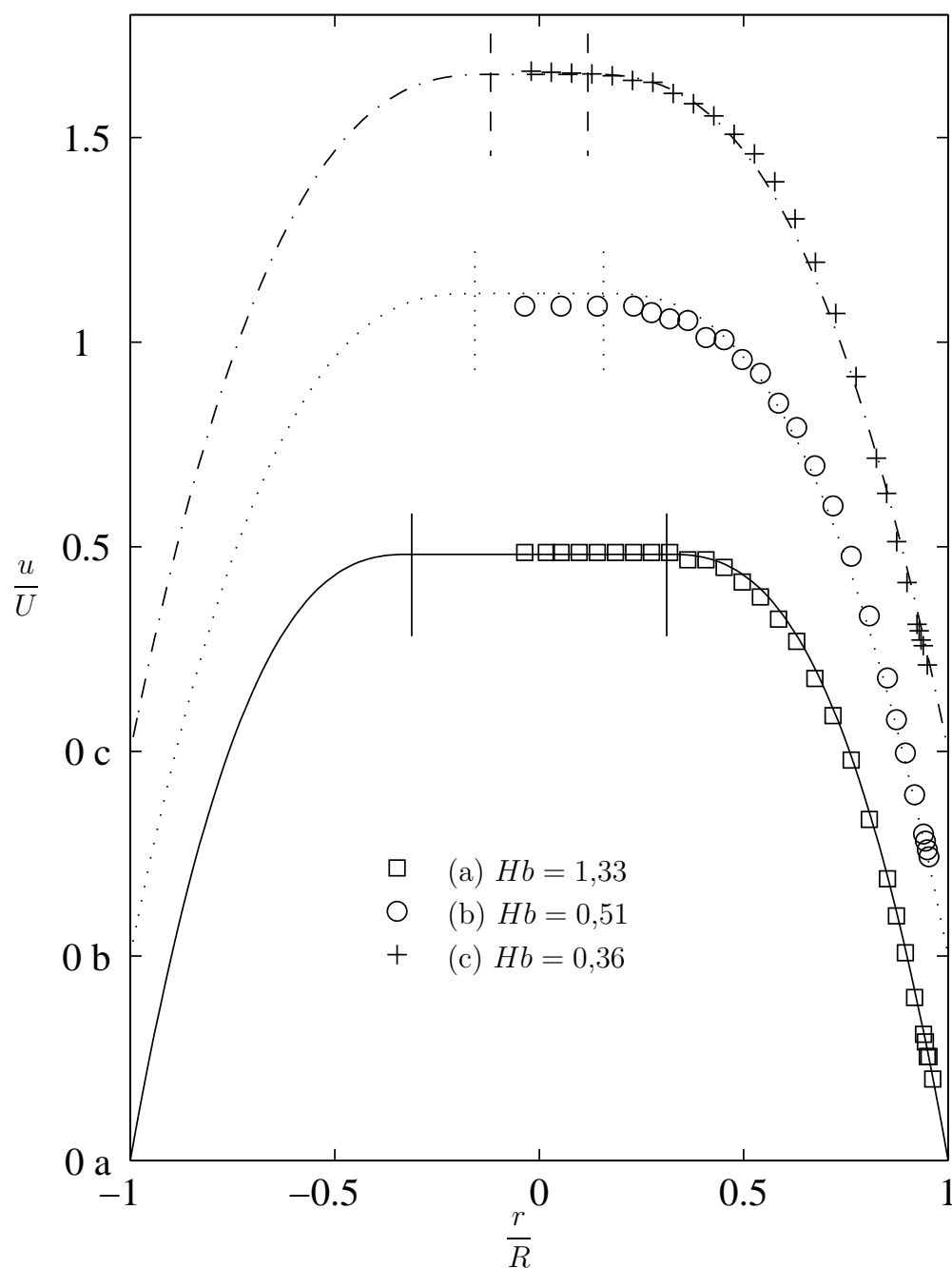


FIG. 2.3 – Profils de vitesse axiale d'une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 11$  Pa,  $K = 0,87$  Pa.s $^{-n}$  et  $n = 0,62$ ) pour trois vitesses débitantes différentes ( $U = 0,16, 0,78$  et  $1,32$  m/s), ce qui correspond à trois valeurs différentes du nombre de Herschel-Bulkley ( $Hb = 1,33, 0,51$  et  $0,36$ ) et trois valeurs différentes du nombre de Reynolds ( $Re' = 70, 750$  et  $1700$ )

La figure 2.3 présente l'évolution des profils de vitesse d'une solution de Carbopol à 0,2% pour trois débits différents (ce qui correspond à trois valeurs différentes de  $Hb$ ). La dimension de la zone isovitesse diminue au fur et à mesure que  $Hb$  diminue, comme cela est d'ailleurs indiqué par la figure 2.1. Encore une fois, le profil théorique est en bon accord avec les mesures expérimentales.

Dans cette étude, on utilise le coefficient de frottement de Fanning,  $f$  :

$$f = \frac{2\tau_p}{\rho U^2} = \frac{16}{Re'} \quad (2.13)$$

où  $Re'$  est le nombre de Reynolds de Metzner et Reed [81]. Pour les fluides purement visqueux, les expressions détaillées permettant de calculer  $Re'$  sont données dans l'annexe B. Dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley, l'équation (2.13) permet d'écrire :

$$Re' = \frac{16}{f} = \frac{16}{\frac{2\tau_p}{\rho U^2}} = \frac{8a}{Hb} \frac{\rho U^{2-n} R^n}{K} = \frac{8a Re_g}{Hb} \quad (2.14)$$

où  $Re_g$  est le nombre de Reynolds généralisé de Schowalter [122] et  $a$  peut être donné par la relation (2.10).

La figure 2.4 présente l'évolution de  $f$  en fonction de  $Re'$  pour une solution de Carbopol à 0,2% dans une gamme de  $Re'$  de plus de trois ordres de grandeurs. A titre de comparaison, les résultats pour une solution de CMC à 2% et un sirop de glucose sont également représentés. Les résultats expérimentaux sont en très bon accord avec la relation  $16/Re'$ .

## 2.2 Ecoulement de Poiseuille en conduite annulaire

L'intégration de l'équation (2.1) donne :

$$\tau = \frac{R_2}{2} \frac{dp}{dx} \left( \eta - \frac{\lambda_0^2}{\eta} \right) \quad (2.15)$$

où  $\eta = r/R_2$  et  $\lambda_0$  est la position radiale adimensionnelle rapportée à  $R_2$  où la contrainte est nulle. La normalisation de  $\tau$  par  $\tau_0$  donne :

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{R_2}{2\tau_0} \frac{dp}{dx} \left( \eta - \frac{\lambda_0^2}{\eta} \right) = \frac{1}{\Delta} \left( \eta - \frac{\lambda_0^2}{\eta} \right) \quad (2.16)$$

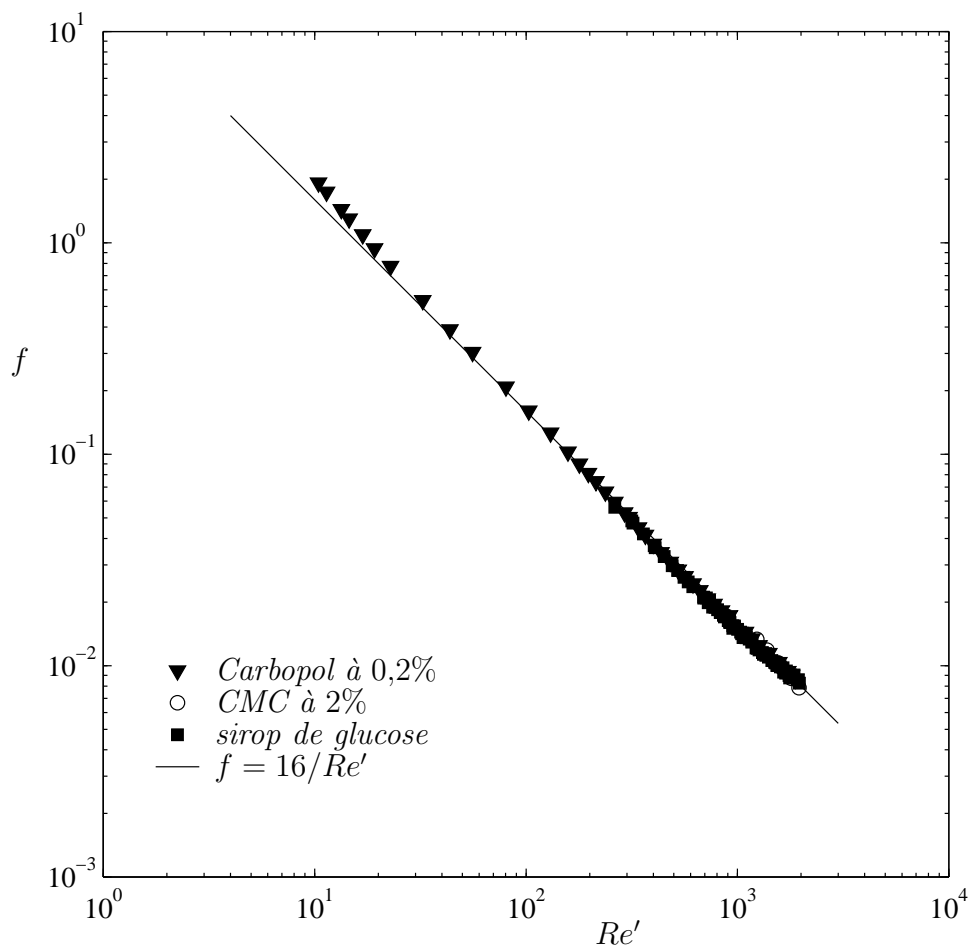


FIG. 2.4 – Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds. Le comportement de la solution de Carbopol à 0,2% est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley (avec  $\tau_0 = 46 \text{ Pa}$ ,  $K = 15 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$  et  $n = 0,38$ ). Le comportement de la solution de CMC à 2% est décrit par le modèle de Cross ( $\mu_0 = 67,1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ,  $\mu_\infty = 4,28 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ,  $k = 1,12 \text{ ms}$  et  $m = 0,68$ ). La viscosité du sirop de glucose est de  $50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$

Les positions des interfaces (cf. figure 2.5) internes et externes notées respectivement  $r_-$  et  $r_+$  sont déterminés par  $|\tau(r_{\pm})| = \tau_0$ . Ceci conduit aux relations suivantes :

$$\lambda_+ \lambda_- = \lambda_0^2 \quad (2.17)$$

$$\lambda_+ - \lambda_- = \Delta \quad (2.18)$$

où  $\lambda_+ = \frac{r_+}{R_2}$  et  $\lambda_- = \frac{r_-}{R_2}$

La résolution de l'équation (2.16) munie des conditions de non glissement aux parois et des équations constitutives (A.1) et (A.2) conduit à :

$$u_- = R_2 \left( \frac{\tau_0}{\Delta K} \right)^m \int_{\eta_1}^{\eta} \eta^{-m} (\lambda_0^2 - \eta\Delta - \eta^2)^m d\eta \quad ; \quad \eta_1 \leq \eta \leq \lambda_- \quad (2.19)$$

$$u_+ = R_2 \left( \frac{\tau_0}{\Delta K} \right)^m \int_{\eta}^1 \eta^{-m} (\eta^2 - \eta\Delta - \lambda_0^2)^m d\eta \quad ; \quad \lambda_+ \leq \eta \leq 1 \quad (2.20)$$

où  $u_-$  est la vitesse axiale dans la zone comprise entre le cylindre intérieur ( $\eta_1$ ) et l'interface interne ( $\lambda_-$ ) ;  $u_+$  est la vitesse axiale dans la zone comprise entre l'interface externe ( $\lambda_+$ ) et le cylindre extérieur et  $\lambda_0$  est la limite vers laquelle  $\lambda_-$  et  $\lambda_+$  tendent lorsque  $\tau_0$  tend vers zéro. La position  $\lambda_0$  est déterminée en résolvant :

$$\int_{\eta_1}^{\lambda_0} \eta^{-m} (\lambda_0^2 - \eta^2)^m d\eta - \int_{\lambda_0}^{\eta_1} \eta^{-m} (\lambda_0^2 - \eta^2)^m d\eta = 0 \quad (2.21)$$

En utilisant la continuité des vitesses en  $\lambda_-$  et  $\lambda_+$  soit  $u_-(\lambda_-) = u_+(\lambda_+)$  ainsi que l'expression de la conservation du débit, on arrive à :

$$\frac{u_-}{U} = \frac{1 - \eta_1^2}{Q^*} \int_{\eta_1}^{\eta} \eta^{-m} (\lambda_0^2 - \eta\Delta - \eta^2)^m d\eta \quad ; \quad \eta_1 \leq \eta \leq \lambda_- \quad (2.22)$$

$$\frac{u_+}{U} = \frac{1 - \eta_1^2}{Q^*} \int_{\eta}^1 \eta^{-m} (\eta^2 - \eta\Delta - \lambda_0^2)^m d\eta \quad ; \quad \lambda_+ \leq \eta \leq 1 \quad (2.23)$$

où  $Q^* = Q (\Delta K)^m / \pi R_2^3 \tau_0^m$

En suivant la démarche adoptée par Fordham et al. [44], on pose :

$$f(\eta) = \eta^{-m} [ |(\eta^2 - \lambda_0^2)| - \Delta\eta ]^m \quad (2.24)$$

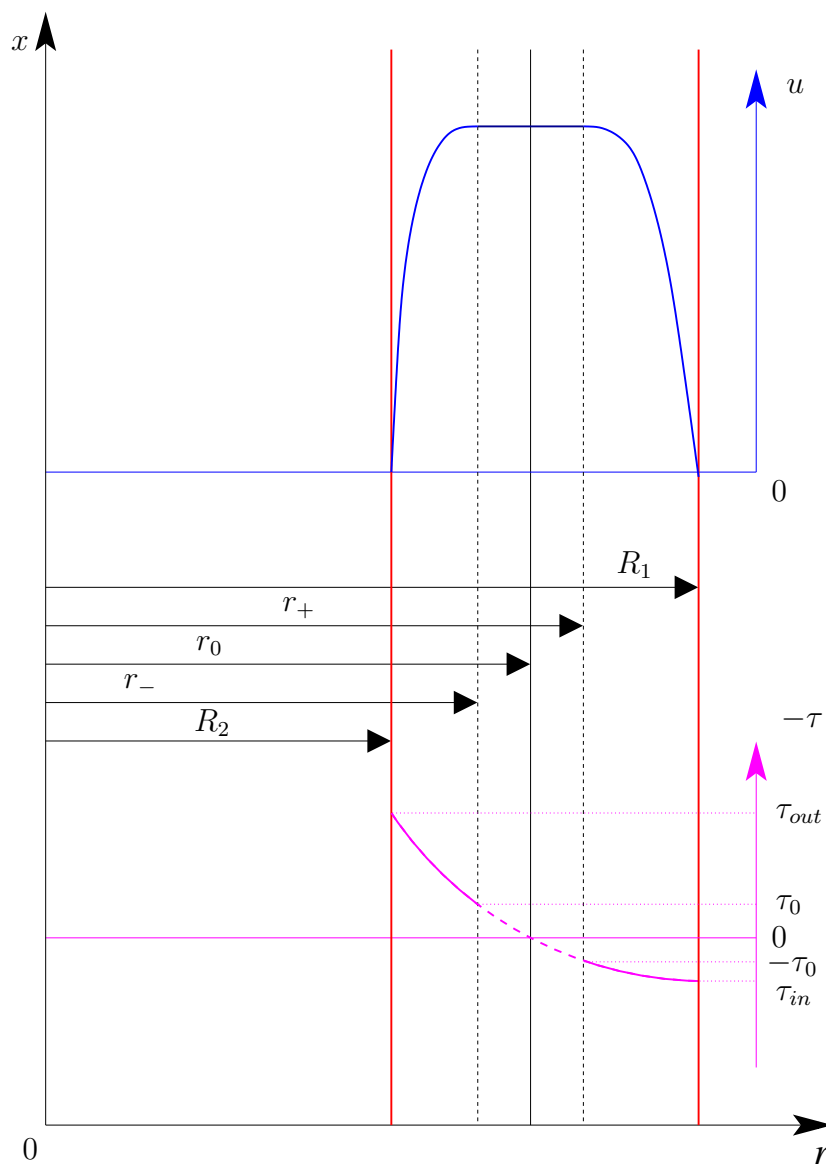


FIG. 2.5 – Schéma d'un profil de vitesse axiale d'un fluide à seuil dans une conduite annulaire

Le problème revient à déterminer simultanément  $\lambda_+$  et  $\lambda_-$  tels que :

$$\mathcal{F}(\lambda_-, \lambda_+) = \int_{\eta_1}^{\lambda_-} f d\eta - \int_{\lambda_+}^1 f d\eta \quad (2.25)$$

$$\mathcal{G}(\lambda_-, \lambda_+) = Q^* - \int_{\lambda_+}^1 \eta^2 f d\eta + \int_{\eta_1}^{\lambda_-} \eta^2 f d\eta \quad (2.26)$$

Le système composé des équations (2.25) et (2.26) est résolu par la méthode de Brent [113]. Au préalable,  $\lambda_0$  est donné par (2.21). Finalement, la procédure de détermination de  $\lambda_+$  et  $\lambda_-$  est la suivante : (1) on se donne  $\lambda_-$  dans l'intervalle  $[\eta_1, \lambda_0]$ . On calcule  $\lambda_+$  tel que  $\mathcal{F}(\lambda_-, \lambda_+) = 0$  (2) ayant  $\lambda_+$ , on détermine  $\lambda_-$  tel que  $\mathcal{G}(\lambda_-, \lambda_+) = 0$ . Le processus est itéré jusqu'à convergence. Une fois  $\lambda_-$  et  $\lambda_+$  calculés, le profil de vitesse axiale (2.19) et (2.20) est déterminé par intégration numérique.

De manière similaire au cas de la conduite cylindrique, il apparaît que l'écoulement de Poiseuille d'un fluide à seuil dans une conduite annulaire est caractérisé par la présence d'une zone isovitesse. L'épaisseur adimensionnelle de la zone isovitesse est définie par :

$$a = \frac{r_+ - r_-}{R_2 - R_1} = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{1 - \eta_1} = \frac{\Delta}{1 - \eta_1}$$

Le nombre de Herschel-Bulkley est défini par :

$$Hb = \frac{\tau_0 (R_2 - R_1)^n}{KU^n}$$

La figure 2.6 présente l'évolution de la dimension de la zone isovitesse en fonction du nombre de Herschel-Bulkley pour  $\eta_1 = 0,1$  et  $0,9$ . La dimension de la zone isovitesse dépend de  $\eta_1$ ,  $n$  et  $Hb$ . Il apparaît en fait une très faible dépendance de  $a$  vis à vis de  $\eta_1$ . Les courbes pour  $\eta_1 = 0,1$  et  $\eta_1 = 0,9$  sont quasiment confondues. Pour déterminer la position des interfaces  $\lambda_+$  et  $\lambda_-$  dans l'espace annulaire, la figure 2.8 a été rajoutée. Elle donne  $\lambda_0$  en fonction de  $\eta_1$  pour trois valeurs de l'indice de structure. Ainsi, connaissant les paramètres rhéologiques, le rapport des rayons et le débit, on a, par la figure 2.7,  $\Delta = \lambda_+ - \lambda_-$  et par la figure 2.8,  $\lambda_0 = \lambda_- \lambda_+$ , ceci permet d'évaluer  $\lambda_+$  et  $\lambda_-$ .

Un exemple de profil de vitesse axiale obtenu pour une solution de Carbo-pol à 0,1% est représenté sur la figure 2.9. Il est comparé au modèle théorique

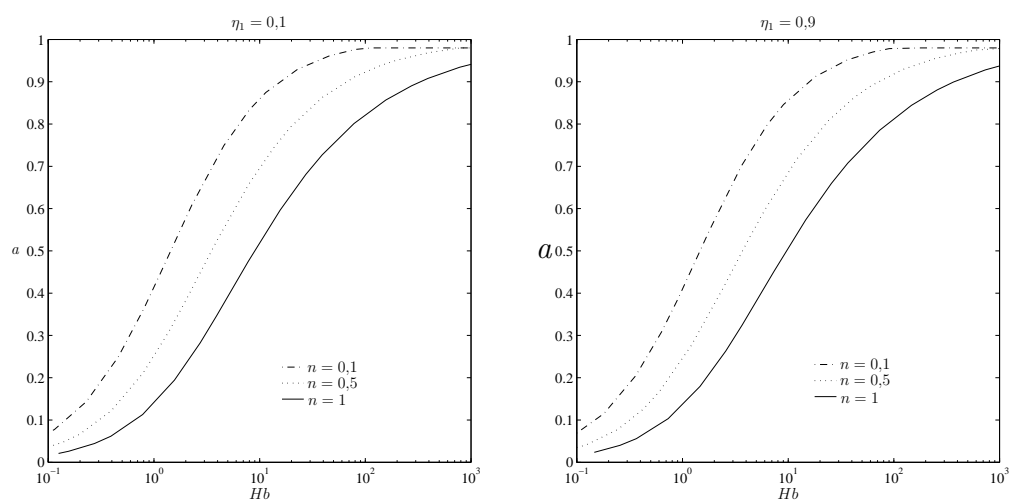


FIG. 2.6 – Dimension de la zone non-cisaillée en fonction du nombre de Herschel-Bulkley pour  $n = 0,1, 0,5$  et  $1$  et pour différentes valeurs de  $\eta_1 = 0,1$  et  $0,9$

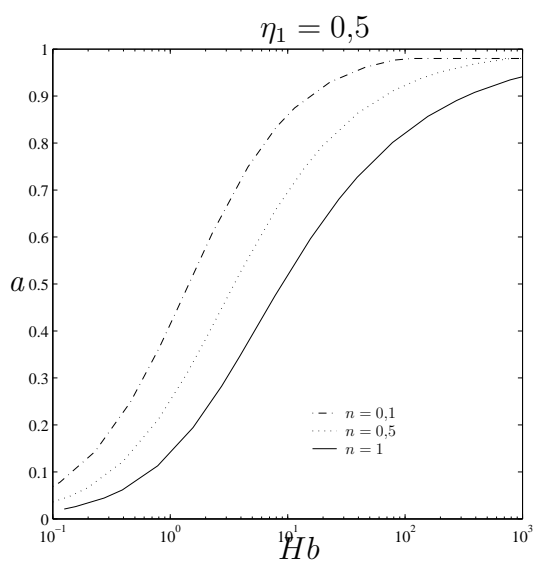


FIG. 2.7 – Dimension de la zone isovitesse en fonction du nombre de Herschel-Bulkley pour  $n = 0,1, 0,5$  et  $1$  et pour  $\eta_1 = 0,5$



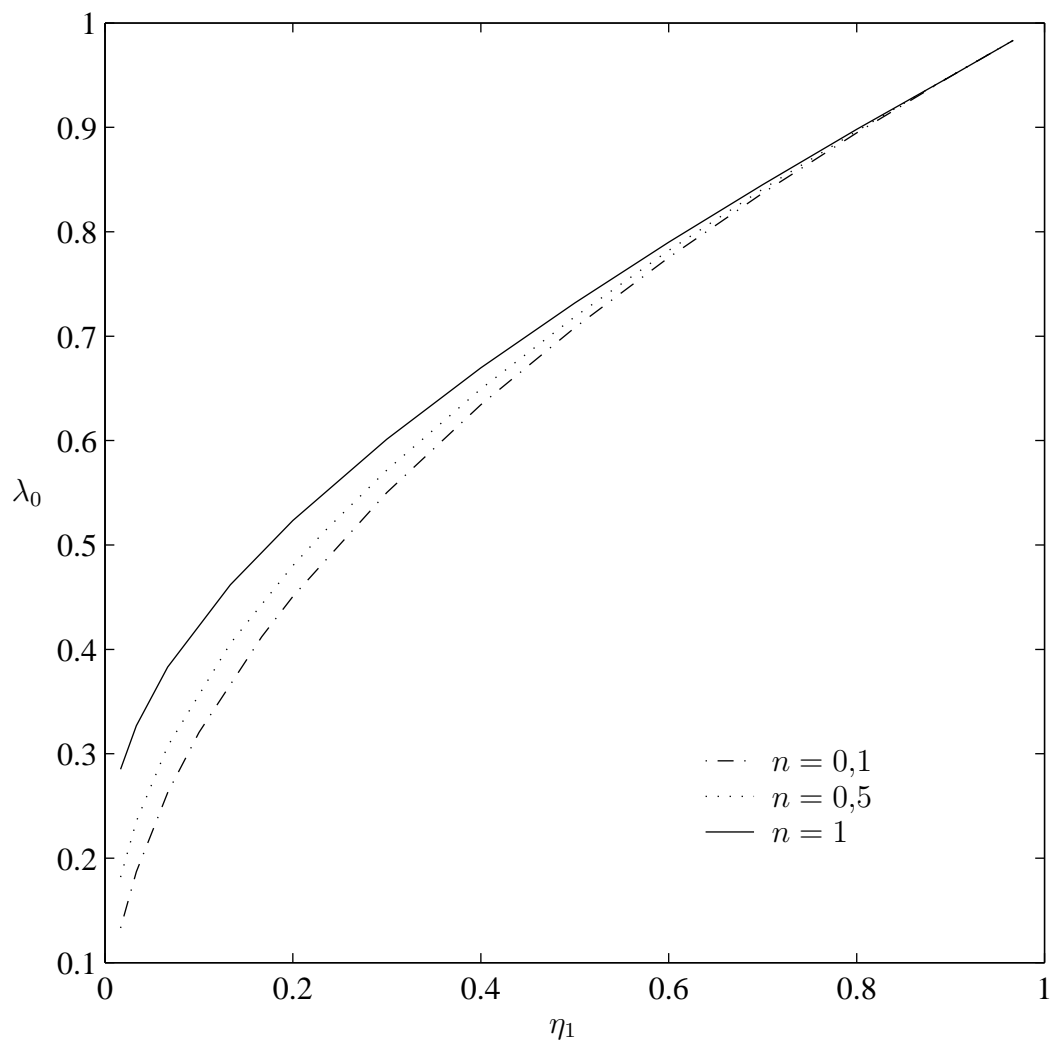


FIG. 2.8 –  $\lambda_0$  en fonction du rapport de rayon,  $\eta_1$ , pour  $n = 0,1, 0,5$  et 1

basé sur le modèle de Herschel-Bulkley. La position théorique des interfaces  $\lambda_-$  et  $\lambda_+$  est représenté par des traits verticaux. Enfin, les valeurs numériques montrent une légère dissymétrie du profil de vitesse axiale qui est d'autant plus marquée que  $\eta_1$  ou  $n$  est faible

A titre de comparaison, le profil expérimental et théorique pour un fluide rhéofluidifiant est également présenté. Il s'agit d'une solution de CMC à 1% dont le comportement est décrit par le modèle de Ostwald. On peut noter que l'indice d'écoulement,  $n$ , de la solution de CMC à 1% est proche de un que l'indice d'écoulement de la solution de Carbopol à 0,1%. Le profil de vitesse axiale de la solution de Carbopol à 0,1% est plus dissymétrique que la profil de vitesse axiale de la solution de CMC à 1%. De plus, les profils expérimentaux sont en bon accord avec les profils théoriques.

A titre d'information, on considère le cas d'un fluide de Ostwald. La loi de comportement s'écrit :

$$\tau = \operatorname{sgn} \left( \frac{du}{dr} \right) k \left| \frac{du}{dr} \right|^n \quad (2.27)$$

Le profil de vitesse est donné par :

$$\frac{u_-}{U} = \frac{1 - \eta_1^2}{\mathcal{M}} \int_{\eta_1}^{\eta} \eta^{-\frac{1}{n}} (\lambda_0^2 - \eta^2)^{\frac{1}{n}} d\eta \quad ; \quad \eta_1 \leq \eta \leq \lambda_0 \quad (2.28)$$

$$\frac{u_+}{U} = \frac{1 - \eta_1^2}{\mathcal{M}} \int_{\eta}^1 \eta^{-\frac{1}{n}} (\eta^2 - \lambda_0^2)^{\frac{1}{n}} d\eta \quad ; \quad \lambda_0 \leq \eta \leq \eta_1 \quad (2.29)$$

$$\mathcal{M} = \int_{\eta_1}^{\lambda_0} \eta^{2-\frac{1}{n}} (\lambda_0^2 - \eta^2)^{\frac{1}{n}} d\eta - \int_{\lambda_0}^1 \eta^{2-\frac{1}{n}} (\eta^2 - \lambda_0^2)^{\frac{1}{n}} d\eta \quad (2.30)$$

La position où la vitesse est maximale  $\lambda$  est donnée par :  $u_-(\lambda_0) = u_+(\lambda_0)$

$$\int_{\eta_1}^{\lambda_0} \eta^{-\frac{1}{n}} (\lambda_0^2 - \eta^2)^{\frac{1}{n}} d\eta - \int_{\lambda_0}^{\eta_1} \eta^{-\frac{1}{n}} (\eta^2 - \lambda_0^2)^{\frac{1}{n}} d\eta = 0 \quad (2.31)$$

L'intérêt de ces résultats réside dans le fait que l'écoulement d'un fluide de Ostwald correspond à l'écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley pour lequel l'effet de la contrainte seuil tend à disparaître.

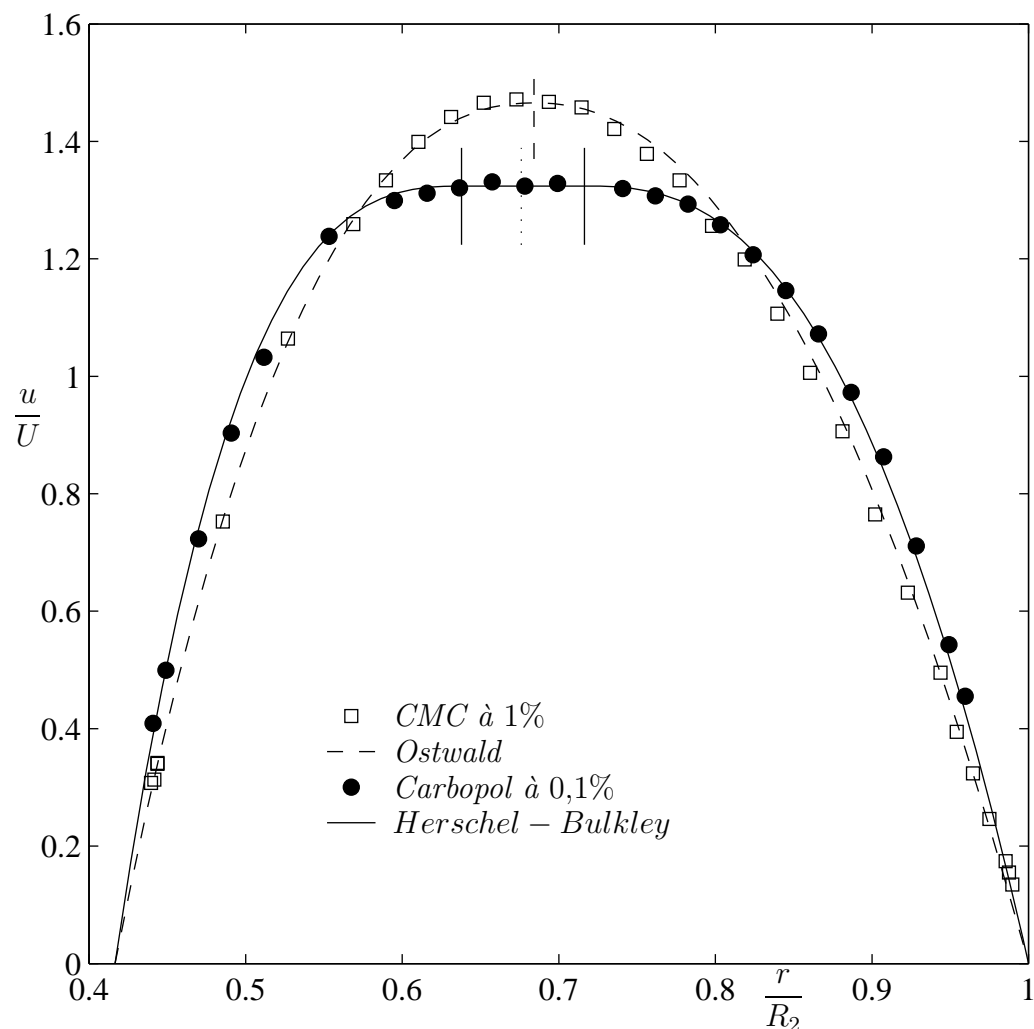


FIG. 2.9 – Profil de vitesse axiale pour une solution de Carbopol à 0,1% ( $\tau_0 = 6,4 \text{ Pa}$ ,  $K = 0,7 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$ ,  $n = 0,6$ ,  $U = 2,12 \text{ m/s}$ ,  $Hb = 0,53$  et  $Re' = 760$ ) et une solution de CMC à 1% ( $K = 0,08 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$ ,  $n = 0,82$ , et  $Re' = 570$ )

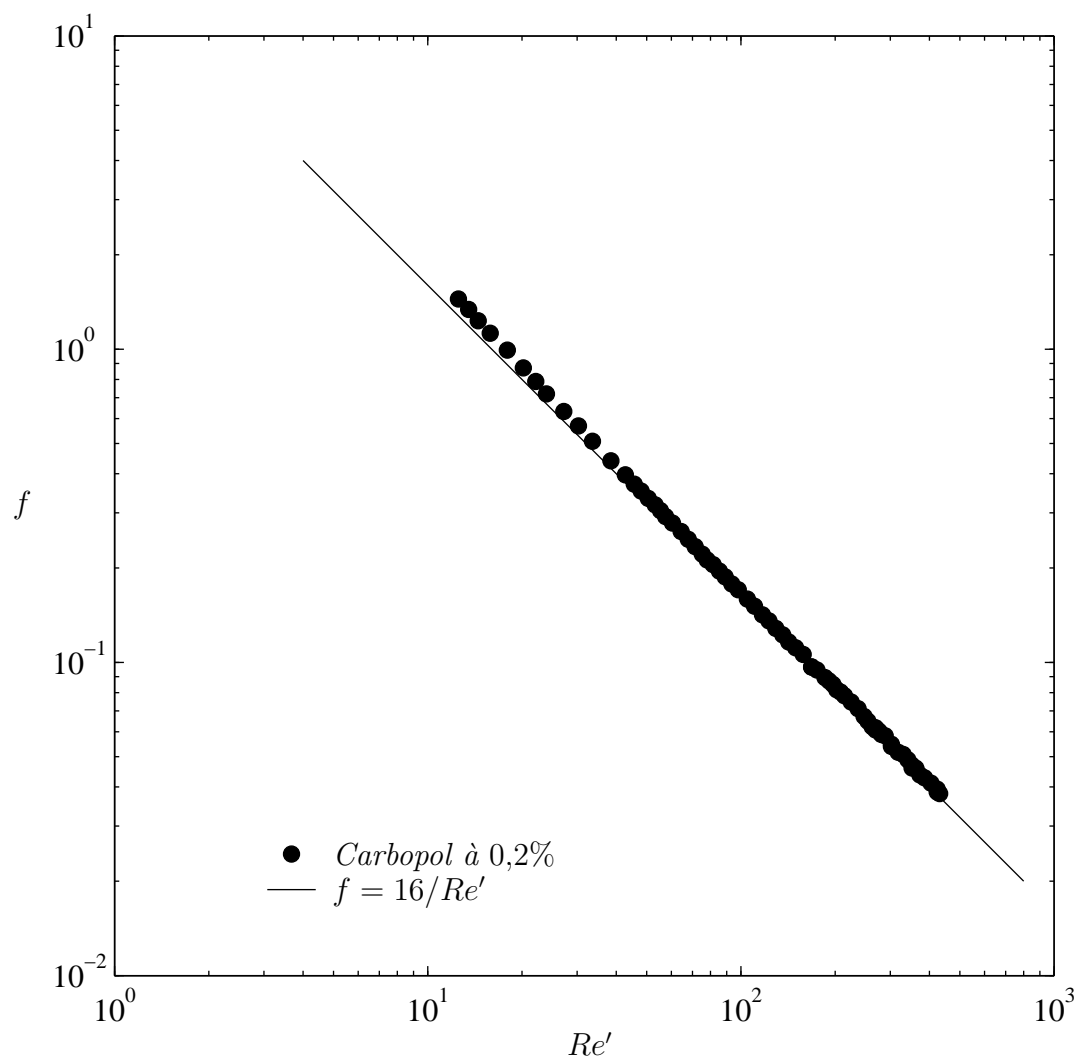


FIG. 2.10 – Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour une solution de Carbopol à 0,2% dont le comportement est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 15 \text{ Pa}$ ,  $K = 3,7 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$  et  $n = 0,34$ ) en écoulement dans une conduite annulaire

Pour ce qui est du coefficient de frottement, il est donné par :

$$f = \frac{2\tau_A}{\rho U^2} \quad ; \quad \tau_A = \frac{R_1\tau_{p_1} + R_2\tau_{p_2}}{R_1 + R_2}$$

$\tau_A$  est la contrainte pariétale moyenne sur les deux parois, et  $\tau_{p_1}$  et  $\tau_{p_2}$  sont les contraintes pariétales au niveau des cylindres extérieur et intérieur respectivement. En reprenant la même démarche proposée par Kozicki et al. [70], on définit un nombre de Reynolds  $Re'$  tel que:  $fRe' = 16$ . La figure 2.10 compare les résultats expérimentaux à la relation  $16/Re'$ . L'erreur maximale ne dépasse pas 2%.

## 2.3 Conclusion

Un bon accord est observé entre les relations théoriques issus des modèles utilisés (Herschel-Bulkley) et les mesures expérimentales de vitesse et de perte de charge. Ceci qualifie l'installation expérimentale et les méthodes expérimentales utilisées, et nous autorise à explorer la structure de l'écoulement à des nombres de Reynolds plus importants.



## Chapitre 3

# Transition laminaire–turbulent

Dans le chapitre précédent, on a rappelé le calcul du profil de vitesse axiale et du coefficient de frottement pour un fluide de Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique ou annulaire en écoulement laminaire. Ce chapitre présente quelques éléments permettant de caractériser la transition laminaire-turbulent. Dans une première partie, on présente des critères phénoménologiques permettant de déterminer un nombre de Reynolds de transition. Ces critères sont d'un intérêt pratique. Ils sont comparés entre eux et sont étendus au cas de la conduite annulaire. Dans une seconde partie, le nombre de Reynolds de transition est déterminé à partir des résultats expérimentaux. Un critère phénoménologique est validé et une corrélation déterminant le nombre de Reynolds critique est fonction de la dimension de la zone isovitesse est proposée. Enfin, dans une troisième partie, on analyse les résultats expérimentaux afin de déterminer les mécanismes de transition. En particulier, on s'intéresse à l'effet de la présence de la zone isovitesse et à son influence sur le développement des instabilités. Les bouffées turbulentes qui apparaissent lors de la transition en conduite cylindrique sont décrites et comparées à celles obtenues pour un fluide Newtonien.

### 3.1 Critères phénoménologiques

Les critères phénoménologiques visent à prédire le nombre de Reynolds de transition pour des fluides non-Newtoniens purement visqueux. L'approche générale consiste à définir un rapport adimensionnel entre deux grandeurs physiques qui contrôlent la stabilité de l'écoulement. La valeur critique de

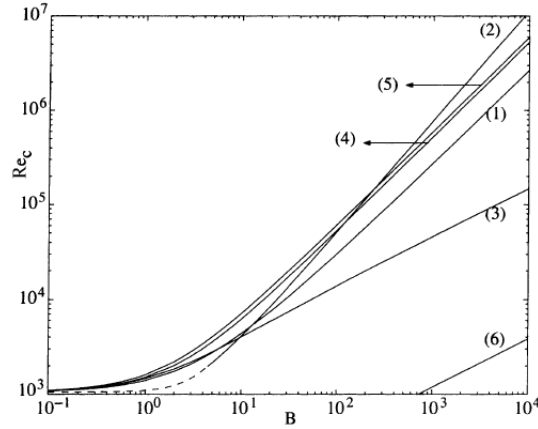


FIG. 3.1 – Nombre de Reynolds critique (basé sur la viscosité plastique) en fonction du nombre de Bingham : comparaison entre différents critères (1) Metzner et Reed ; (2) Hedström ; (3) Hanks ; (4) stabilité intégrale ; (5) Slatter ; (6) stabilité conditionnelle. D’après Nouar et Frigaard [100]

ce rapport est connue, ou peut être calculée, pour un fluide Newtonien. Il est ensuite admis que cette valeur critique est la même pour tous les fluides. Plusieurs critères phénoménologiques ont été proposés dans la littérature. On retient (par ordre chronologique) les critères de Hedström (1952), Metzner et Reed (1955) [81], Ryan et Johnson (1959) [119], Hanks (1969) [54], Mishra et Tripathi (1971) [85] et Slatter (1999) [128]. La comparaison entre les nombres de Reynolds critiques issus de ces différents critères montre une divergence lorsque l’on s’écarte suffisamment du comportement Newtonien. Dans le cas des fluides de Bingham en écoulement dans une conduite cylindrique, Nouar et Frigaard (2001) [100] ont comparé (cf. figure 3.1) les critères phénoménologiques à deux critères théoriques : il s’agit du nombre de Reynolds critique au delà duquel l’écoulement est certainement instable (critère de stabilité intégrale : borne supérieure) et le nombre de Reynolds critique au dessous duquel l’écoulement est certainement stable (critère de stabilité conditionnelle : borne inférieure). Un critère phénoménologique est dit admissible lorsqu’il se trouve entre les deux bornes théoriques. Les résultats montrent que pour  $B \gg 1$ , seul le critère de Hanks vérifie cette condition. Lorsque  $B = O(1)$  ou  $B < 1$ , ce qui est le cas le plus fréquemment rencontré, tous les critères satisfont les conditions théoriques. Dans ce cas, seule



l'expérience permettra d'indiquer quel critère utiliser. Dans ce qui suit, on rappelle les définitions des critères dans le cas d'un fluide de type Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique ou annulaire.

### 3.1.1 Critères phénoménologiques pour un écoulement en conduite cylindrique

#### 3.1.1.1 Critère de Metzner et Reed

En se basant sur un ensemble de mesures expérimentales sur plus d'une vingtaine de fluides, Metzner et Reed [81] ont constaté qu'à la transition, le coefficient de frottement  $f$  est pratiquement égal à 0,0076 soit 16/2100. Le critère de Metzner et Reed est donné simplement par  $f = 0,0076$  (où  $Re' = 2100$ ) pour tous les fluides visqueux.

#### 3.1.1.2 Critère de Hedström

Ce critère a été établi initialement pour des fluides de Bingham. La mise sous forme adimensionnelle de l'équation de conservation du débit donne :

$$f = \frac{16}{Re_B} + \frac{16}{6} \frac{He}{Re_B^2} - \frac{16}{3} \frac{1}{f^3} \frac{He^4}{Re_B^8} \quad (3.1)$$

où le nombre de Reynolds est défini par  $Re_B = \rho UD/K$ , le nombre de Hedström par  $He = BRe_B = \tau_0 UD^2/K^2$  et  $B$  le nombre de Bingham est donné par :  $B = \tau_0 D/KU$ . On suppose que pour un nombre de Hedström donné, le nombre de Reynolds de transition est atteint à l'intersection entre les courbes de frottement laminaire et turbulent (cf. figure 3.2). Il est admis qu'en régime turbulent, l'effet de la contrainte seuil peut être négligée, et la relation de Nikuradse peut être utilisée.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \log \left( Re \sqrt{f} \right) - 0,4 \quad (3.2)$$

**Cas d'un fluide de Herschel-Bulkley** Ce critère est étendu aux fluides de type Herschel-Bulkley par Malin [80] en utilisant :

$$\frac{16}{f} = Re' = 8\rho R^n U^{2-n} \left( \frac{n}{1+3n} \right)^n \frac{\sigma}{K} \quad (3.3)$$

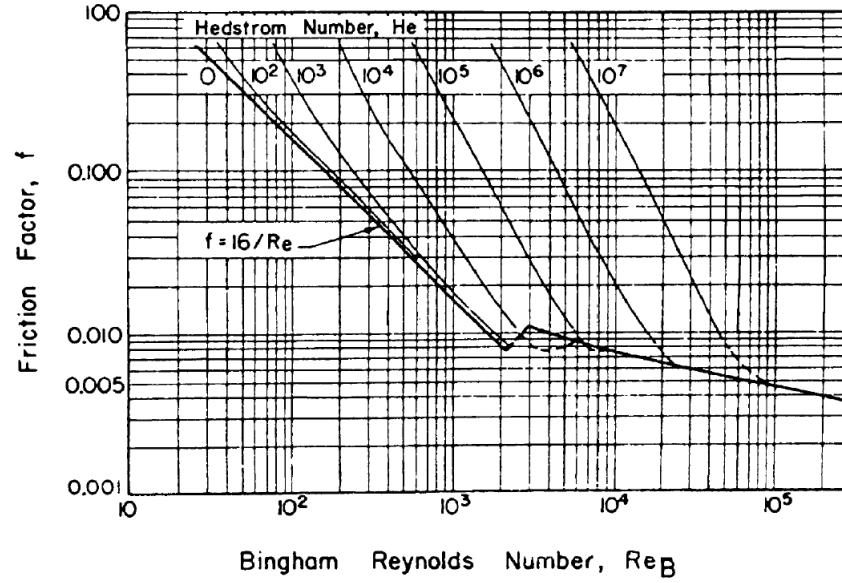


FIG. 3.2 – Coefficient de frottement  $f$  en fonction du nombre de Reynolds pour différents nombres de Hedström d'après Hedström [59]

$$\sigma = (1 - a)^{1+n} \left[ (1 - a)^2 + 2a(1 - a) \frac{1 + 3n}{1 + 2n} + a^2 \frac{1 + 3n}{1 + n} \right]^n \quad (3.4)$$

En régime turbulent, on considère que la zone isovitesse est négligeable. La relation suivante a été établie et validée pour des fluides de Ostwald par Dodge et Metzner [31] :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4,0}{n^{0,75}} \log \left( Re' f^{\frac{2-n}{2}} \right) - \frac{0,4}{n^{1,2}} \quad (3.5)$$

### 3.1.1.3 Critère de Ryan et Johnson

En s'inspirant de l'équation de Reynolds-Orr [33], Ryan et Johnson [119] définissent un critère,  $Z$ , basée sur le rapport entre l'énergie transférée par l'écoulement de base vers la perturbation et l'énergie dissipée par frottement, moyennant l'hypothèse que l'échelle de temps caractéristique du mouvement transversal d'une particule fluide (due à la perturbation) sur une distance  $\delta y$  est du même ordre de grandeur que  $(du/dy)^{-1}$  où  $du/dy$  est le cisaillement

de l'écoulement moyen. Tous calculs faits ;

$$Z = \frac{\rho u R}{\tau_p} \left( -\frac{du}{dr} \right) \quad (3.6)$$

$Z$  est nul à la paroi et sur l'axe, il passe par un maximum à la position  $r_{max}$ . La valeur de  $Z_{max}$  peut être calculée pour un fluide Newtonien à la transition, on trouve :  $Z_{max} = 808$  pour  $r_{max} = R/\sqrt{3}$ . Il est ensuite admis que pour les fluides visqueux, la transition laminaire turbulent a lieu lorsque le rapport entre l'énergie transférée par l'écoulement de base et l'énergie dissipée par frottement est égal à 808.

Le critère de Hanks [54] conjecture que les conditions de transition sont liées au développement possible de structures tourbillonnaires. Ainsi à partir des équations de Navier-Stokes, Hanks postule que le critère de transition est donné par :

$$K = \frac{|\rho \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{V})|}{\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}} \quad (3.7)$$

Dans le cas d'un écoulement stationnaire  $\rho \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{V}) = \rho \nabla (\mathbf{V}^2/2)$  et on retrouve le critère de Ryan et Johnson [119].

**Cas d'un fluide de Herschell-Bulkley** La position critique, où est calculé le critère de stabilité local, est :

$$\frac{r}{R} = (1 - a) \left( \frac{1}{2n + 1} \right)^{\frac{n}{n+1}} + a \quad (3.8)$$

Le critère de stabilité locale à cette position donne :

$$4Z_{max} \frac{a^{\frac{2}{n}-1}}{(1-a)^{\frac{2}{n}+1}} = n \left( \frac{1}{2+n} \right)^{\frac{2+n}{1+n}} He_g \quad (3.9)$$

$$He_g = \frac{\rho D^2}{\tau_0} \left( \frac{\tau_0}{K} \right)^{\frac{2}{n}} \quad (3.10)$$

$He_g$  est le nombre de Hedström généralisé. A partir de l'expression (3.9), on détermine  $a$ , puis la vitesse débitante critique et le Reynolds critique correspondant.

### 3.1.1.4 Critère de Mishra et Tripathi

Mishra et Tripathi [85] proposent un critère basé sur le rapport entre une énergie cinétique moyenne,  $E_m$ , et la contrainte pariétale. Contrairement au critère précédent, ici, le développement des instabilités ne dépend pas d'une position critique. Ce critère est également "initialisé" par rapport aux valeurs standard obtenues pour les fluides Newtoniens. Le paramètre de transition est défini par :

$$\chi = \frac{1}{\pi R^2 U \tau_p} \int_0^R \left( \frac{\rho u^2}{2} \right) 2\pi r u dr = \frac{E_m}{\tau_p} = \frac{C \rho U_d^2}{\tau_p} = \frac{2C}{f} = \frac{C Re'}{8} \quad (3.11)$$

où  $C$  est le coefficient d'énergie cinétique :

$$C = \int_0^1 \left( \frac{u}{U} \right)^3 \eta d\eta \quad (3.12)$$

En considérant un fluide Newtonien et  $Re_c = 2100$ , on arrive à :

$$Re'_c = \frac{2100}{C} \quad (3.13)$$

### Cas d'un fluide de Herschel-Bulkley

$$C = \frac{1}{\omega^3} \left[ \frac{\frac{a^2}{2} + (1-a)^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3m+5} - \frac{3}{3+m} + \frac{3}{2m+4} \right)}{+a(a+1) \left( 1 - \frac{1}{3m+4} - \frac{1}{2+m} + \frac{3}{2m+3} \right)} \right] \quad (3.14)$$

$$\omega = 1 - 2 \left[ \frac{(1-a)^2}{m+3} + \frac{a(1-a)}{m+2} \right] \quad \text{et} \quad m = \frac{1}{n} \quad (3.15)$$

### 3.1.1.5 Critère de Slatter

Slatter [128] propose un critère spécifique aux fluides à seuil. L'idée est de ne pas considérer la zone plastique au centre de l'écoulement, dans la mesure où elle est considérée comme un solide indéformable et de ce fait ne participe pas à l'échange d'énergie entre l'écoulement de base et la perturbation. Ainsi, seule la zone où le fluide est cisailé est prise en considération. Tout se passe donc comme s'il s'agissait de l'écoulement dans une conduite annulaire où le rayon du cylindre intérieur se déplaçant à la vitesse maximale est égal au rayon de la zone plastique. On définit alors  $D_{ann}$ ,  $S_{ann}$ ,  $U_{ann}$  et  $Q_{ann}$  le

diamètre hydraulique, la section, la vitesse débitante et le débit volumique de la zone *annulaire* non cisailée délimitée par la paroi et la zone plastique. On définit également  $D_0$ ,  $S_0$ ,  $u_0$  et  $Q_0$  qui sont respectivement le diamètre, la section, la vitesse et le débit volumique de la zone plastique. Ainsi,

$$U_{ann} = \frac{Q_{ann}}{S_{ann}} = \frac{Q - Q_0}{S - S_0} = \frac{D^2 U - D_0^2 u_0}{D^2 - D_0^2} = u_0 \frac{\omega - a^2}{1 - a^2} \quad (3.16)$$

Slatter définit ensuite un nombre de Reynolds basé sur la viscosité effective de la zone cisailée :

$$Re_{sl} = \frac{8\rho U_{ann}^2}{\tau_0 + k \left( \frac{8U_{ann}}{D_{ann}} \right)^n} \quad (3.17)$$

Lors de la transition laminaire-turbulent,  $Re_{sl} = 2100$ . En combinant (3.16) et (3.17), on détermine la dimension de la zone isovitesse lors de la transition. Finalement, il vient :

$$Re' = 2100 \frac{a}{\varphi^2} \left[ 1 + \frac{1}{Hb} \left( \frac{4\varphi}{1-a} \right) \right] \quad \text{avec} \quad \varphi = \frac{1 - a^2}{1 + a^2} \quad (3.18)$$

### 3.1.2 Critères phénoménologiques pour un écoulement en conduite annulaire

L'extension du critère de Metzner et Reed [81] au cas de l'écoulement en conduite annulaire implique simplement  $f = 0,0076$  (et donc  $Re'_c = 2100$ ) pour tous les fluides.

L'extension des critères au cas de l'écoulement en conduite annulaire ne concerne que les critères de Ryan et Johnson [119] et de Mishra et Tripathi [85]. En effet, pour ces critères, il faut considérer les profils de vitesse en conduite annulaire donnés dans le chapitre précédent. Il est à noter que le critère de Ryan et Johnson permet de définir deux nombres de Reynolds critiques correspondant à deux positions critiques distinctes : l'une "proche" du cylindre intérieur et l'autre "proche" du cylindre extérieur. Cependant le nombre de Reynolds critique lié à la position critique "proche" du cylindre intérieur est inférieure au nombre de Reynolds critique lié à la position critique "proche" du cylindre extérieur. Dans cette étude, on ne considère que le nombre de Reynolds critique lié à la position critique "proche" du cylindre extérieur. Lorsque le rapport des rayons de la conduite annulaire tend

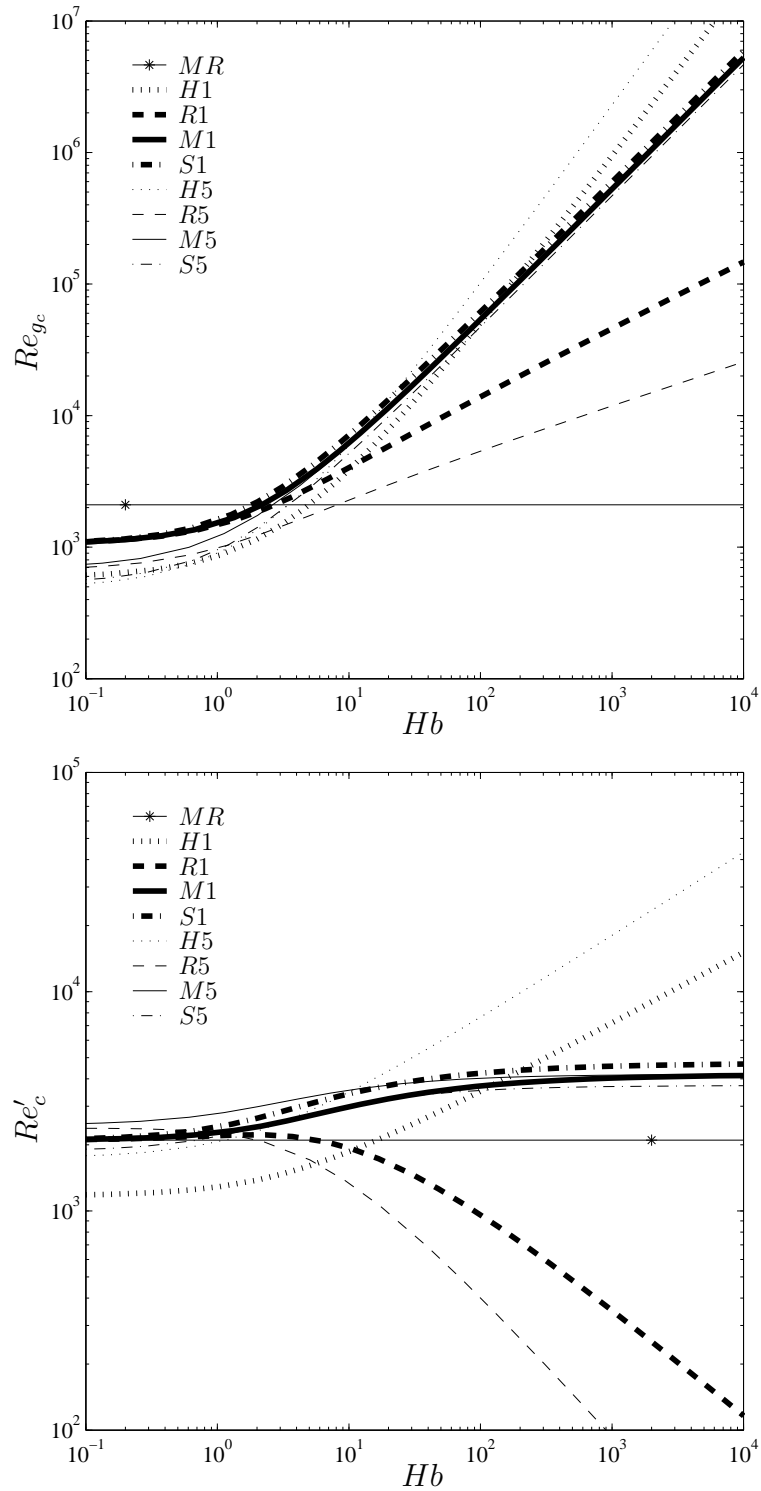


FIG. 3.3 – Nombre de Reynolds critique en fonction de  $Hb$  pour une conduite cylindrique. ‘ $MR$ ’ Metzner et Reed, ‘ $H$ ’ Hedstöm, ‘ $R$ ’ Ryan et Johnson, ‘ $M$ ’ Mishra et Tripathi et ‘ $S$ ’ Slatter. 1 et 5 indiquent que  $n = 1$  et  $0,5$

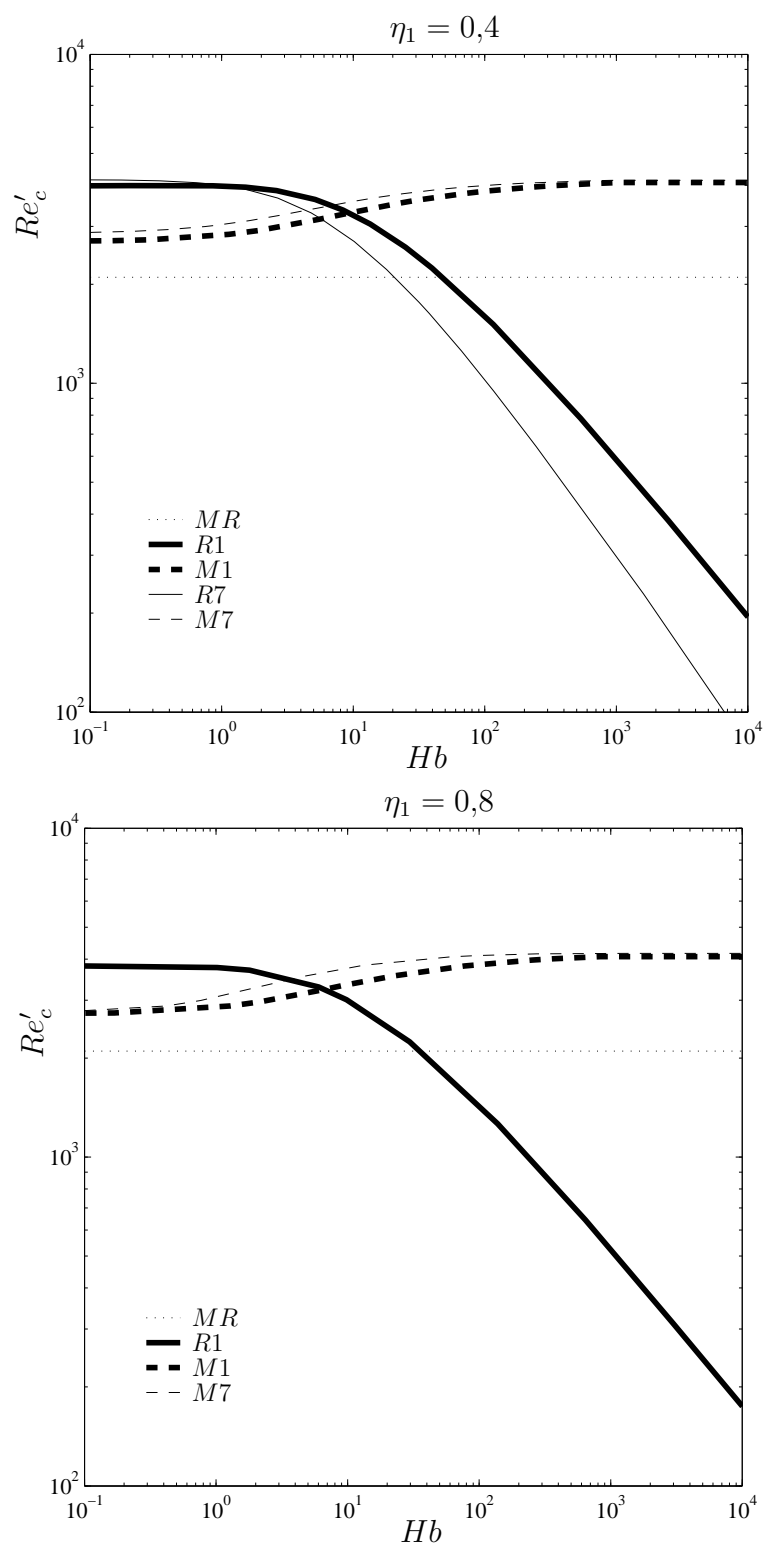


FIG. 3.4 – Nombre de Reynolds critique en fonction de  $Hb$  pour deux conduites annulaires ( $\eta_1 = 0,4$  et  $0,8$ ). ‘MR’ Metzner et Reed, ‘R’ Ryan et Johnson et ‘M’ Mishra et Tripathi. 1 et 7 indiquent que  $n = 1$  et  $0,7$

vers un, les deux nombres de Reynolds critiques se rejoignent. Les extensions des critères de Ryan et Johnson [119] et Mishra et Tripathi [85] au cas de l'écoulement en conduite annulaire sont déterminées numériquement.

### 3.1.3 Comparaison entre les différents critères

Dans ce qui suit, on se propose de comparer le nombre de Reynolds critique issu des différents critères en fonction du nombre de Herschel-Bulkley,  $Hb$ . On rappelle que les critères phénoménologiques ne dépendent que de  $n$  et  $Hb$ . La figure 3.3 donne l'évolution de  $Re_{g_c}$  et  $Re'_c$  en fonction de  $Hb$  pour  $n = 0,5$  et 1 dans une conduite cylindrique. La figure 3.3(a) doit être comparée avec la figure 3.1 obtenue pour un fluide de Bingham. Lorsque l'on utilise le nombre de Reynolds  $Re_B$ <sup>1</sup> ou  $Re_g$ <sup>2</sup>, on peut remarquer que le critère de Ryan et Johnson donne un nombre de Reynolds critique croissant avec  $B$  ou  $Hb$ . Par contre, lorsque l'on utilise  $Re'$ <sup>3</sup>, le nombre de Reynolds critique obtenu par le critère de Ryan et Johnson diminue avec  $n$  et  $Hb$ . On peut remarquer également que lorsque  $n = 1$  et  $Hb \rightarrow 0$ , tous les critères convergent vers  $Re'_c = 2100$  sauf le critère de Hedström. Enfin, lorsque  $Hb \gg 1$ , les critères de Mishra et Tripathi et celui de Slatter tendent vers une limite, les autres critères divergent.

Pour ce qui concerne les critères en conduite annulaire, la figure 3.4 donne l'évolution de  $Re'_c$  en fonction de  $Hb$  pour  $n = 0,7$  et 1. La figure 3.4(a) est donnée pour une conduite annulaire ayant  $\eta_1 = 0,4$  et la figure 3.4(b) pour une conduite ayant  $\eta_1 = 0,8$ . L'étude de sensibilité du rapport des rayons,  $\eta_1$ , est en accord avec la figure 4 et donc les résultats de Hanks [52] et de Joseph et Carmi [64].

## 3.2 Critères expérimentaux

Dans la section précédente, on a donné le résultat de l'évolution des critères phénoménologiques pour des fluides de type Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique et annulaire. Maintenant, on s'intéresse aux résultats

---

1. Le nombre de Reynolds pour un fluide de Bingham basé sur la viscosité plastique  
 2.  $Re_g$  est donné par (A.7) est la généralisation de  $Re_B$   
 3. Le passage de  $Re_g$  à  $Re'$  se fait à l'aide de la relation (2.14) déterminée dans le chapitre précédent



expérimentaux. Cette section se propose de déterminer le nombre de Reynolds critique à partir des mesures de perte de charge et de vitesse. Le nombre de Reynolds de transition est défini comme le nombre de Reynolds à partir duquel les mesures expérimentales s'écartent des relations théoriques données dans le chapitre précédent. Trois types de mesures sont utilisés : (i) les mesures de pression moyenne :  $f$ , (ii) les mesures de vitesse moyenne sur l'axe :  $u_c/U$  et (iii) les mesures de fluctuation de la vitesse moyenne sur l'axe :  $u_{rms}/u_c$  (avec  $u_{rms} = \sqrt{u'^2}$ ). Chacun de ces trois types de mesures est représenté en fonction du nombre de Reynolds  $Re'$  :  $f(Re')$  (figure 3.6),  $u_c/U(Re')$  (figure 3.8(a)) et  $u_{rms}/u_c(Re')$  (figure 3.8(b)). A partir d'un nombre de Reynolds critique  $Re'_c$  les valeurs expérimentales quittent la solution ou la valeur théorique laminaire. Pour le taux de fluctuation de la vitesse sur l'axe, on considère que lors de la transition laminaire-turbulent, le taux augmente significativement. En régime laminaire, le taux de fluctuation de la vitesse sur l'axe est faible ( $\approx 1\%$ ). On considère successivement le cas de la conduite cylindrique puis le cas de la conduite annulaire.

### 3.2.1 Cas de la conduite cylindrique

A partir des mesures expérimentales du coefficient de frottement, de la vitesse axiale au centre de la conduite et du taux de fluctuation correspondant, les conditions critiques de transition ( $Re'_c$ ) ont été déterminées et sont récapitulées dans le tableau 3.1. Ces données concernent trois fluides dont les comportements rhéologique est indentique dans les figures 3.6, 3.8(a) et 3.8(b). Pour comparaison, on a reporté dans le même tableau les résultats issus de l'exploitation des critères phénoménologiques.

Il apparaît que les critères de Mishra et Tripathi et celui Ryan et Johnson sont les plus en accord avec les résultats expérimentaux. La rhéofluidification et la présence d'une contrainte seuil retardent l'apparition de la transition ; comme l'ont déjà observé Pinho et Whitelaw [111], Park et al. [108] et Escudier et Presti [39]. Les résultats du tableau 3.1 montrent également que pour les fluides sans contrainte seuil (le sirop de glucose et la solution de CMC à 2%), le nombre de Reynolds critique évalué à l'aide des taux de fluctuation de la vitesse sur l'axe est plus faible que celui obtenu à l'aide de la vitesse sur l'axe ou la perte de charge. La méthode basée sur l'analyse des fluctuations est plus sensible pour détecter le début de la transition que les deux autres méthodes. Cependant, pour la solution de Carbopol à 0,2%, le nombre de

Fluides	Critères expérimentaux			Critère phénoménologiques		
	$f(Re')$	$\frac{u_c}{U}(Re')$	$\frac{u_{rms}}{u_c}(Re')$	Mishra	Hanks	Slatter
sirop de glucose	2100	2050	1800	2100	2100	2100
CMC à 2%	2500	2300	2100	2230	2268	—
Carbopol à 0,2%	2700	2550	3300	2485	2380	1907

TAB. 3.1 – *Nombres de Reynolds critique donnés par les critères expérimentaux et phénoménologiques pour trois fluides testés dans la conduite cylindrique. Le sirop de glucose est un fluide Newtonien (de viscosité 50 mPa.s). Le comportement de la solution de CMC à 2% est décrit par le modèle de Cross ( $\mu_0 = 67,1$  mPa.s,  $\mu_\infty = 4,28$  mPa.s,  $k = 1,12$  ms et  $m = 0,68$ ) et le comportement de la solution de Carbopol à 0,2% est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 2,3$  Pa,  $K = 1,9$  Pa.s<sup>n</sup> et  $n = 0,5$ )*

Fluides	Critères expérimentaux			Critère phénoménologiques		
	$f(Re')$	$\frac{u_c}{U}(Re')$	$\frac{u_{rms}}{u_c}(Re')$	Mishra	Hanks	Slatter
CMC à 1%	1600	1550	1550	2740	4050	—
Carbopol à 0,1%	1600	1400	1400	2872	4150	

TAB. 3.2 – *Nombres de Reynolds critique donnés par les critères expérimentaux et phénoménologiques pour deux fluides testés dans la conduite annulaire. Le comportement de la solution de CMC à 1% est décrit par le modèle de Ostwald ( $k = 74,74$  mPa.s<sup>n</sup> et  $n = 0,9$ ) et le comportement de la solution de Carbopol à 0,1% est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 0,4$  Pa,  $K = 0,14$  Pa.s<sup>n</sup> et  $n = 0,7$ )*

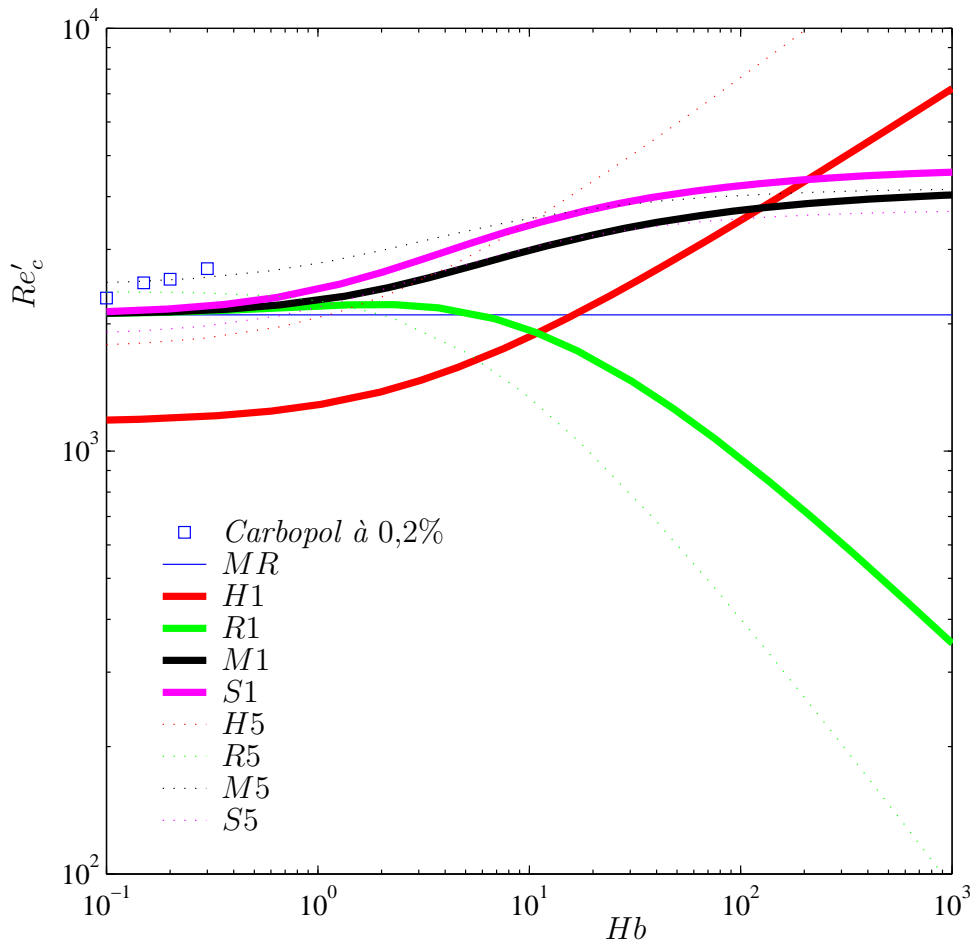


FIG. 3.5 – Nombre de Reynolds critique  $Re'_c$  en fonction de  $Hb$  pour une conduite cylindrique. 'MR' Metzner et Reed, 'H' Hedstöm, 'R' Ryan et Johnson, 'M' Mishra et Tripathi et 'S' Slatter. 1 et 5 indiquent que  $n = 1$  et 0,5

Reynolds critique d'après le critère de fluctuation est plus élevé que celui déduit des critères de vitesse sur l'axe ou celui déduit de la perte de charge. Ce cas sera étudié en détails dans la suite.

Dans la figure 3.5, on représente  $Re'_c$  en fonction de  $Hb$ . Les points expérimentaux correspondent aux valeurs du nombre de Reynolds de transition la plus faible (parmi les trois critères expérimentaux) et on compare les valeurs obtenus pour différents fluides aux critères phénoménologiques. Malheureusement, pour les fluides utilisés  $Hb$  est compris entre 0,1 et 0,3 et ne permet pas de valider de manière incontestable un critère phénoménologique. On peut remarquer que le nombre de Reynolds critique augmente avec  $Hb$ . Si on suppose que dans l'écoulement d'un fluide, le transfert de l'énergie entre l'écoulement de base et la perturbation ne peut se faire que dans la zone isovitesse, on peut définir  $\widetilde{Re}'_c = Re'(1 - a)^{n'} = 2200$  (d'après les points expérimentaux de la figure 3.5).

### 3.2.2 Cas de la conduite annulaire

Pour le cas de la conduite annulaire, le tableau 3.2 récapitule les nombres de Reynolds critiques donnés par les critères phénoménologiques et les nombres de Reynolds critique obtenus d'après les mesures. On remarque que les mesures de vitesse sur l'axe donnent des nombres de Reynolds de transition plus faibles que les mesures de perte de charge.

Concernant les critères phénoménologiques, ils prédisent des nombres de Reynolds de transition plus élevés que dans le cas d'une conduite cylindrique. De plus, les résultats expérimentaux sont largement en dessous des prédictions. En conclusion, les critères ne sont pas fiables en conduite annulaire. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans la pratique, cette géométrie peut donner des instabilités de type Swirling (cf. Jones et al. [62]).

## 3.3 Caractéristiques de la transition

Dans cette troisième partie, on analyse en détail les résultats expérimentaux afin de déterminer les mécanismes de transition. En particulier, on s'intéresse à l'effet de la présence de la zone isovitesse et à son influence sur le développement des instabilités.

### 3.3.1 Cas de la conduite cylindrique

#### 3.3.1.1 Pertes de charge

La figure 3.6 présente l'évolution du coefficient de frottement de Fanning en fonction du nombre de Reynolds de Metzner et Reed pour les trois fluides considérés (une solution de Carbopol à 0,2%, une solution de CMC à 2% et un sirop de glucose). La loi de Hagen-Poiseuille ( $fRe' = 16$ ) est représenté par un trait continu. A titre d'information, la loi de Blasius<sup>4</sup> ainsi que des lois de Dodge et Metzner (3.5) sont représentées.

#### 3.3.1.2 Profils de vitesse

La figure 3.7 présente l'évolution du profil de vitesse du régime laminaire (a) jusqu'au régime turbulent (e) pour une solution de Carbopol à 0,2%. Lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds, le profil de vitesse expérimental (b – d) s'écarte du profil théorique laminaire correspondant. Les profils (a), (b), (c) et (d) sont accompagnés du profil de vitesse laminaire dans les mêmes conditions de débit (en traits continus ou pointillés). Le profil turbulent (e) et le modèle représenté (en trait continu) seront détaillés dans le prochain chapitre.

#### 3.3.1.3 Vitesse sur l'axe

Concernant la transition, la figure 3.8 montre l'évolution de la vitesse sur l'axe pour trois fluides testés. Différentes étapes peuvent être déterminées. Dans le cas d'un fluide Newtonien, une diminution brutale de la vitesse adimensionnelle sur l'axe est observée pour  $2000 < Re < 3000$ . Ensuite, pour  $Re > 3000$ , le rapport atteint des valeurs proche de celles données par la littérature (Pinho et Whitelaw [111]). Dans le cas de la solution de CMC à 2%, l'évolution de la vitesse sur l'axe est similaire à celle obtenue pour un fluide Newtonien. Dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley, l'évolution de la vitesse adimensionnelle sur l'axe peut être décrite en trois étapes (ces trois étapes sont délimités par  $Re'_{c_1}$ ,  $Re'_{c_2}$  et  $Re'_{c_3}$ ). Dans une première étape ( $Re'_{c_1} < Re' < Re'_{c_2}$ , ici  $Re'_{c_1} = 2550$  et  $Re'_{c_2} = 3300$ ), le rapport décroît légèrement lorsque le nombre de Reynolds augmente. Dans une seconde étape ( $Re'_{c_2} < Re' < Re'_{c_3}$ , où  $Re'_{c_3} = 4000$ ), la chute significative du rapport est

---

4. La loi de Blasius ( $f = 0,078Re^{-1/4}$ ) est une approximation de la loi de Nikuradse (3.2) valable pour des fluides Newtoniens

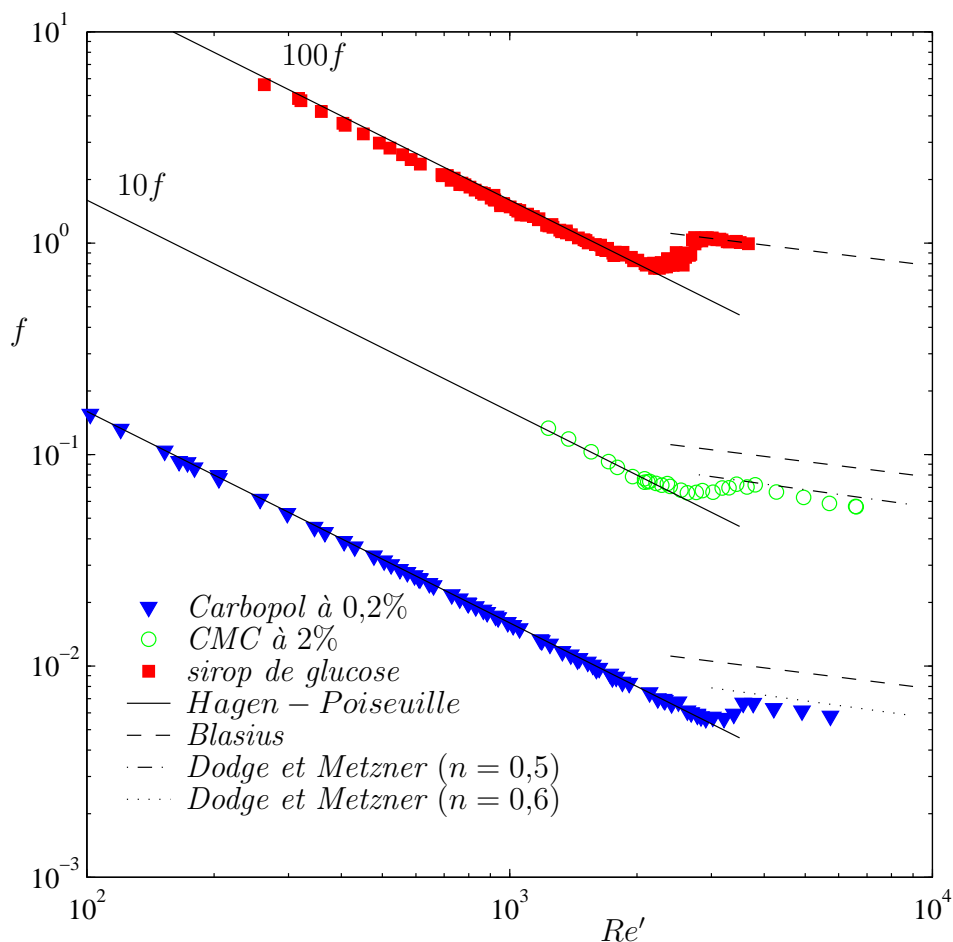


FIG. 3.6 – Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds. La viscosité du sirop de glucose est de 50 mPa.s. Le comportement de la solution de CMC à 2% est décrit par le modèle de Cross ( $\mu_0 = 67,1$  mPa.s,  $\mu_\infty = 4,28$  mPa.s,  $k = 1,12$  ms et  $m = 0,68$ ). Le comportement de la solution de Carbopol à 0,2% est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 6,3$  Pa,  $K = 2,2$  Pa.s<sup>n</sup> et  $n = 0,5$ )

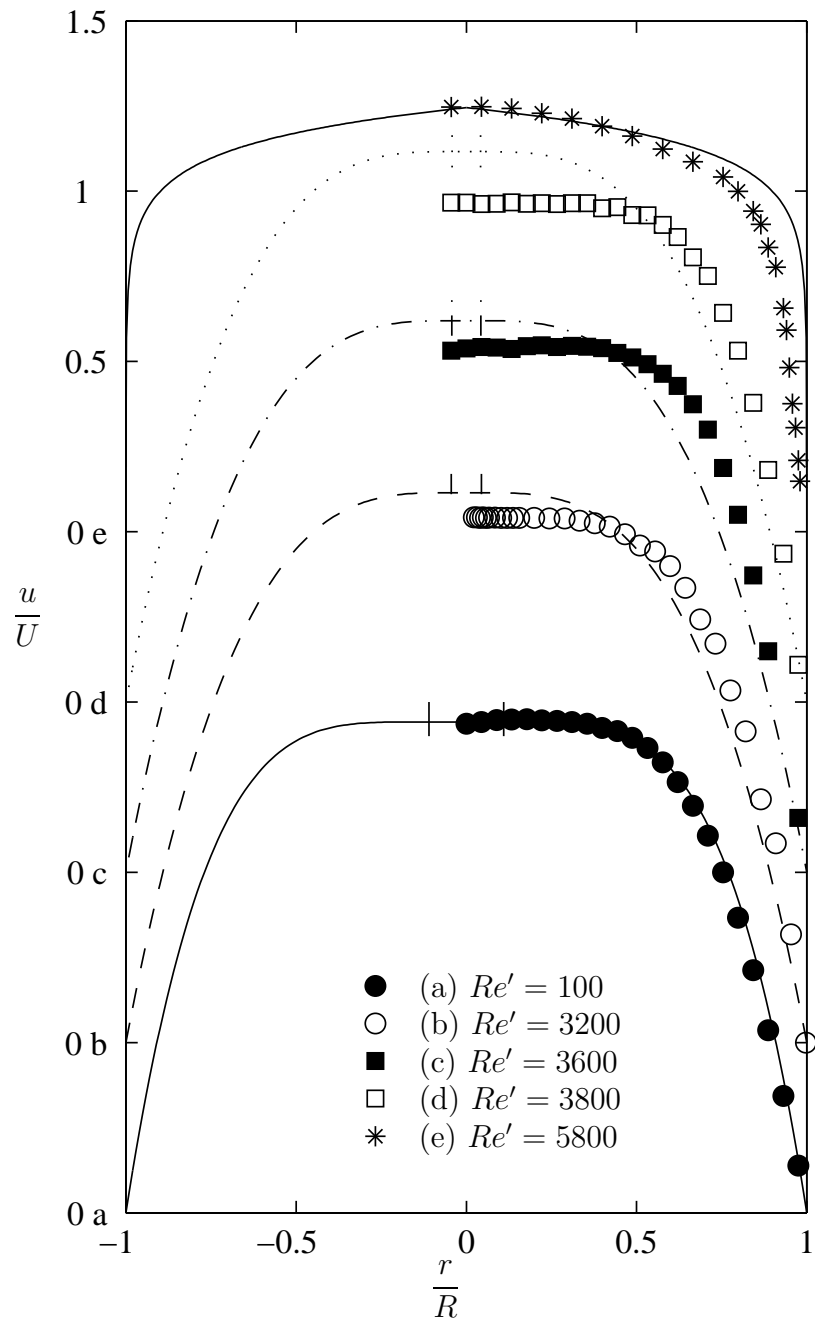


FIG. 3.7 – Profils de vitesse axiale pour différents nombres de Reynolds d'une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 5,5 \text{ Pa}$ ,  $K = 3 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,49$ )

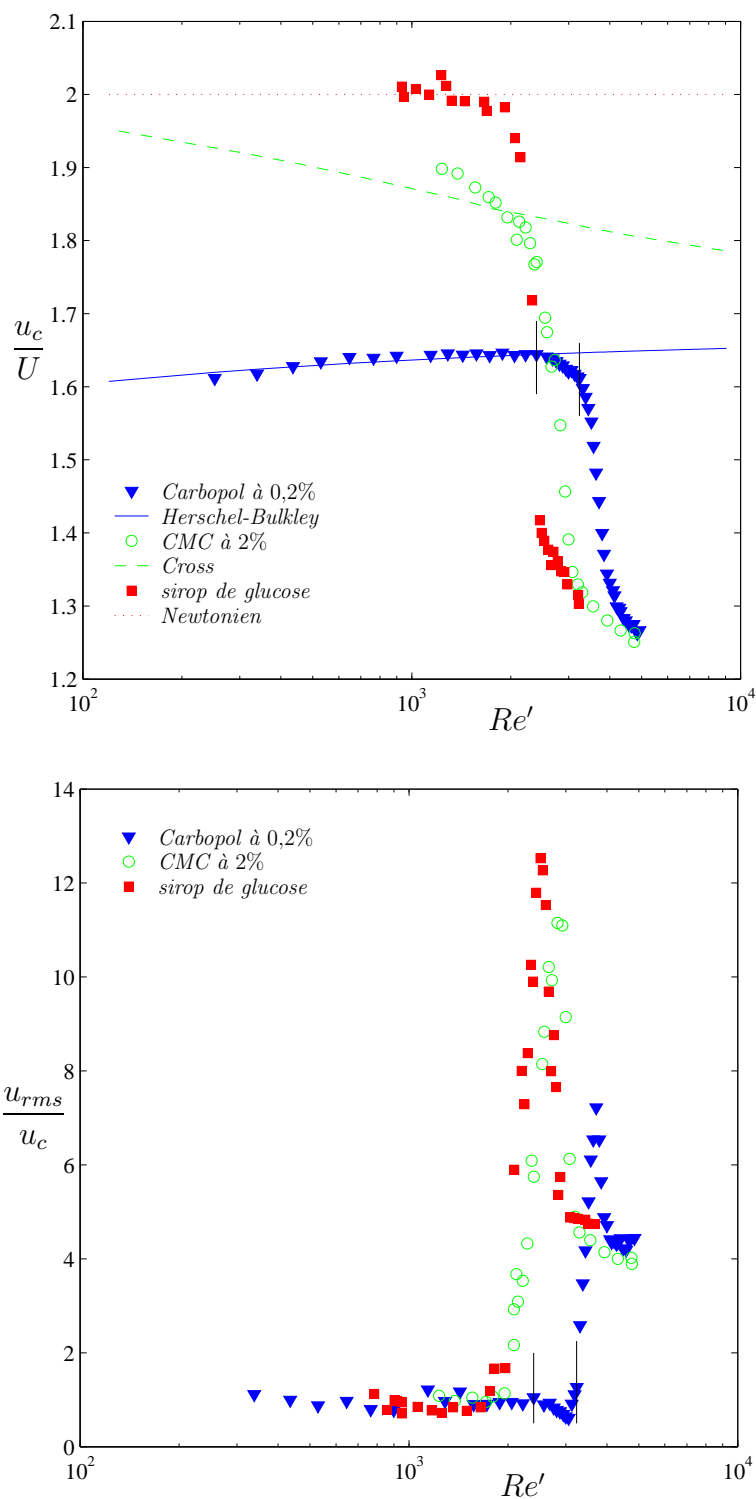


FIG. 3.8 – Vitesse (adimensionnelle) sur l'axe et taux de fluctuation de la vitesse associés en fonction du nombre de Reynolds



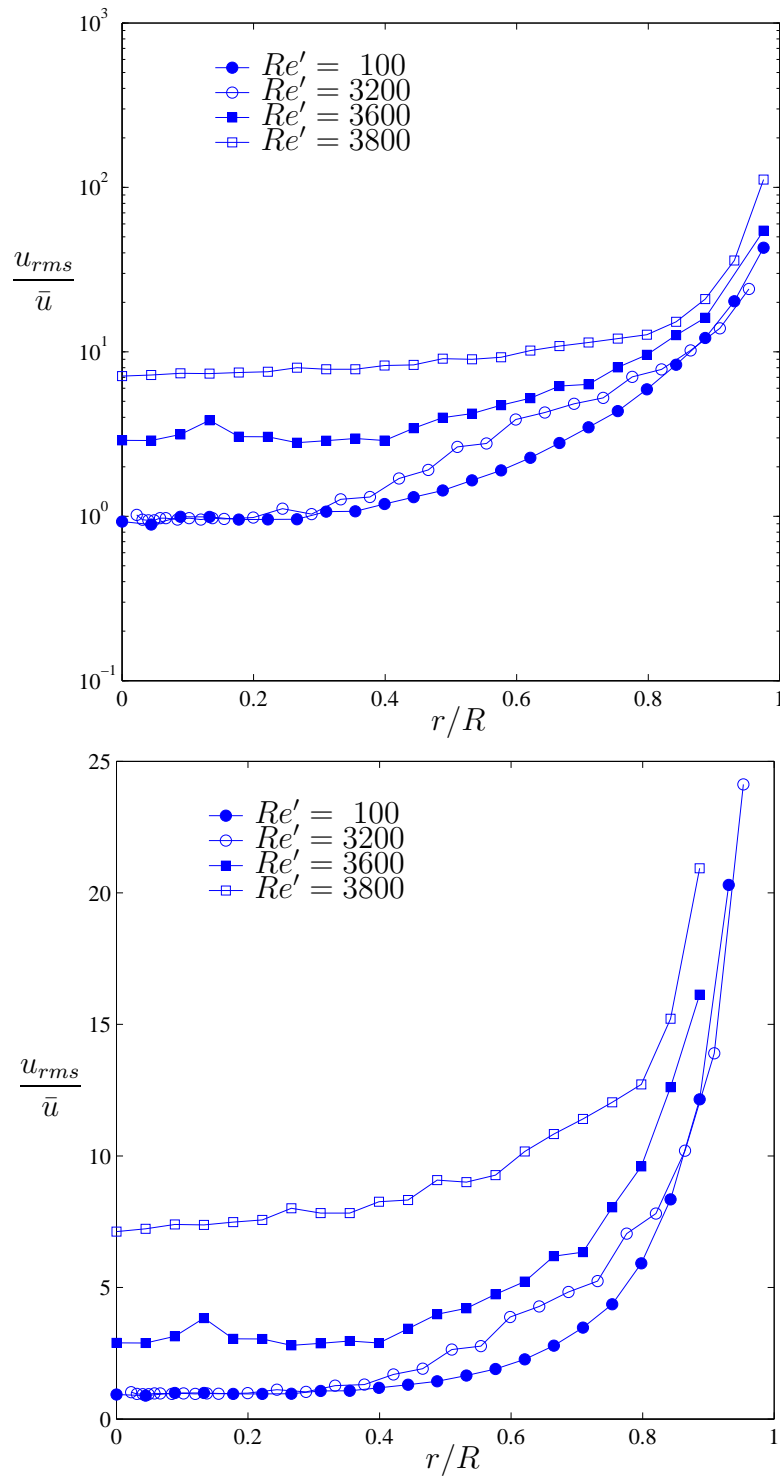


FIG. 3.9 – Profils de taux de fluctuations de la vitesse axiale pour différents nombres de Reynolds. Les nombres de Herschel-Bulkley valent 0,11, 0,044, 0,043 et 0,042 respectivement pour  $Re' = 100$ , 3200, 3600 et 3800)

observée puis dans une troisième étape ( $Re' > Re'_{c_3}$ ), la décroissance de  $u_c/U$  devient faible. Les traits verticaux représentent  $Re'_{c_1}$  et  $Re'_{c_2}$ .

#### 3.3.1.4 Taux de fluctuation sur l'axe

L'analyse du signal de vitesse sur l'axe donne accès au taux de fluctuation. L'évolution du taux de fluctuation du signal de vitesse sur l'axe en fonction  $Re'$  est représentée sur le figure 3.8(b). Les limites  $Re'_{c_1}$  et  $Re'_{c_2}$  donnés précédemment sont également représentés par des traits verticaux. Dans le cas d'un fluide Newtonien, à partir de  $Re = 1800$ , le taux de fluctuation de la vitesse axiale quitte le niveau laminaire (1%) et augmente fortement jusqu'au maximum de 12% à  $Re = 2500$ . A titre de comparaison, Park et al. [108] trouvent un maximum de 11% pour une solution de glycérine et d'eau. Ensuite, le taux de fluctuation décroît rapidement et atteint 5% à  $Re = 2800$ . Une allure similaire est obtenue pour la solution de CMC à 2% et celle de Carbopol à 0,2%, cependant le maximum est respectivement 10% à  $Re' = 2900$  et 7% à  $Re' = 3700$ . Escudier et Presti [39] trouvent un maximum d'environ 6% et Park et al. [108] un maximum de 5% pour un mélange de solvant "Stoddard" et d'eau minérale, dont le comportement est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley :  $\tau = 10 Pa$ ,  $K = 0,17 Pa.s^n$ ,  $n = 0,63$  et  $Hb = 2,85$ . Notons que le pic de taux de fluctuation de la vitesse axiale est plus faible que pour les fluides Newtoniens lors de la transition. En fait, le maximum du taux de fluctuation dépend de la différence du rapport  $u_c/U$  en régime laminaire et  $u_c/U$  en régime turbulent. Dans le cas des fluides de Herschel-Bulkley, cette différence est bien moins prononcée que pour des fluides Newtoniens. De plus, le pic de taux de fluctuation de la vitesse axiale correspond au point d'inflexion de la courbe  $u_c/U(Re')$ . Il est également important de remarquer que le niveau des fluctuations reste globalement laminaire pour  $Re'_{c_1} < Re' < Re'_{c_2}$ . En fait, le profil de vitesse a quitté la solution laminaire, mais sur l'axe de la conduite l'écoulement est laminaire dans le sens où les fluctuations sont à un niveau laminaire.

#### 3.3.1.5 Profils de taux de fluctuation

Le résultat précédent peut également être observé à la figure 3.9. Cette figure donne des profils de taux de fluctuation de la vitesse pour quatre valeurs de  $Re'$ . Il s'agit des profils de taux de fluctuation de la vitesse axiale correspondant aux profils de vitesse de la figure 3.7. Près de la paroi, le

taux de fluctuation augmente fortement. En effet, la fluctuation de la vitesse reste faible, mais la vitesse locale est petite près de la paroi. Le premier nombre de Reynolds ( $Re' = 100$ ) est représentatif du régime laminaire. Tous les profils obtenus pour  $Re' < Re'_{c_1}$  sont semblables à ce premier profil. Le second profil obtenu à  $Re' = 3200$ , correspond à la première étape de la transition ( $Re'_{c_1} < Re' < Re'_{c_2}$ , le profil de vitesse a quitté la solution laminaire et le taux de fluctuation est laminaire sur l'axe). Ici, encore une fois, au cœur de l'écoulement, le taux de fluctuation reste au même niveau qu'au régime laminaire et augmente légèrement à l'extérieur de cette zone. Ainsi, l'écoulement peut être instable en présence d'une zone isovitesse. Ce profil particulier et reproductible n'a pas été obtenu pour des fluides Newtoniens ou rhéofluidifiants. Le troisième profil est mesuré à  $Re' = 3600$ , soit dans la seconde étape de la transition ( $Re'_{c_2} < Re' < Re'_{c_3}$ ). Dans cette étape, le taux de fluctuation augmente dans toute la section comme pour les fluides Newtoniens. Le dernier profil est obtenu à  $Re' = 3800$ . Il correspond au cas où le niveau de fluctuation est maximum dans toute la section.

### 3.3.1.6 Caractéristiques du régime transitoire

En fait, la première étape de la transition ( $Re'_{c_1} < Re' < Re'_{c_2}$ ) peut être détectée expérimentalement à l'aide du signal de vitesse. La figure 3.11 présente l'évolution de la vitesse en  $r/R = 0,65$  en fonction du temps. Il apparaît des basses fréquences, c'est pourquoi nous appellerons ce régime : "régime à basses fréquences". On peut penser que ces basses fréquences sont liées aux perturbations qui n'ont pas assez d'énergie pour "casser" la zone plastique.

Encore une fois, lors de la première étape de la transition, la vitesse sur l'axe reste à un niveau laminaire. A partir de  $Re' = Re'_{c_2}$ , des bouffées turbulentes sont observées expérimentalement. La figure 3.12 est un exemple de signal de vitesse en fonction du temps pour  $Re' = 3600$ . A partir de ce signal, un zoom sur une bouffée turbulent est extrait et donné à la figure 3.13(a). A l'intérieur de la bouffée turbulente, la zone plastique est "cassée" à cause des importantes variations de la vitesse. A titre de comparaison, la figure 3.13 présente également des bouffées de turbulence pour la solution de CMC à 2% (figure 3.13(b)), le sirop de glucose (figure 3.13(c)) et le résultat donné par Darbyshire et Mullin [28] pour de l'eau (figure 3.13(d)). On retiendra que la variation de vitesse entre la phase laminaire et la phase turbulente dépend du caractère non-Newtonien.

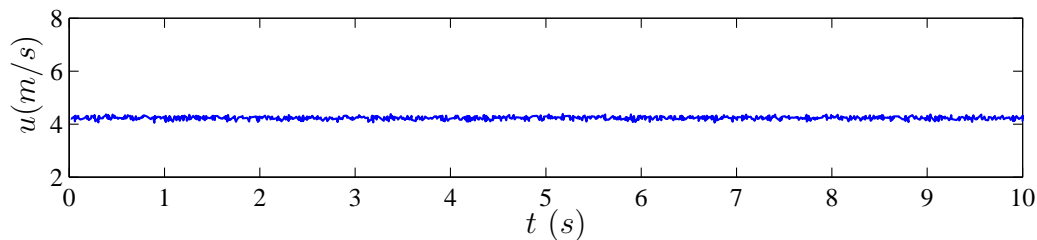


FIG. 3.10 – Vitesse axiale sur l'axe en fonction du temps pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 2,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 10 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,32$ ) à  $Re' = 3200$

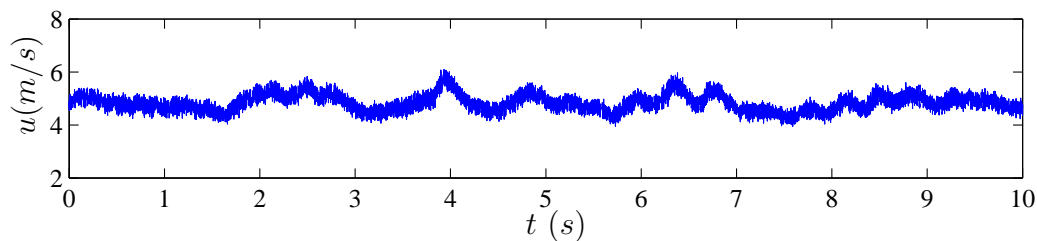


FIG. 3.11 – Vitesse en fonction du temps en  $r/R = 0,65$  pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 2,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 10 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,32$ ) à  $Re' = 3200$

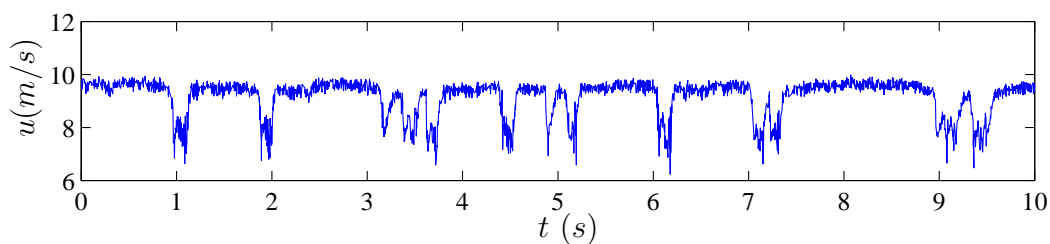


FIG. 3.12 – Vitesse sur l'axe en fonction du temps pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 2,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 10 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,32$ ) pour  $Re' = 3600$

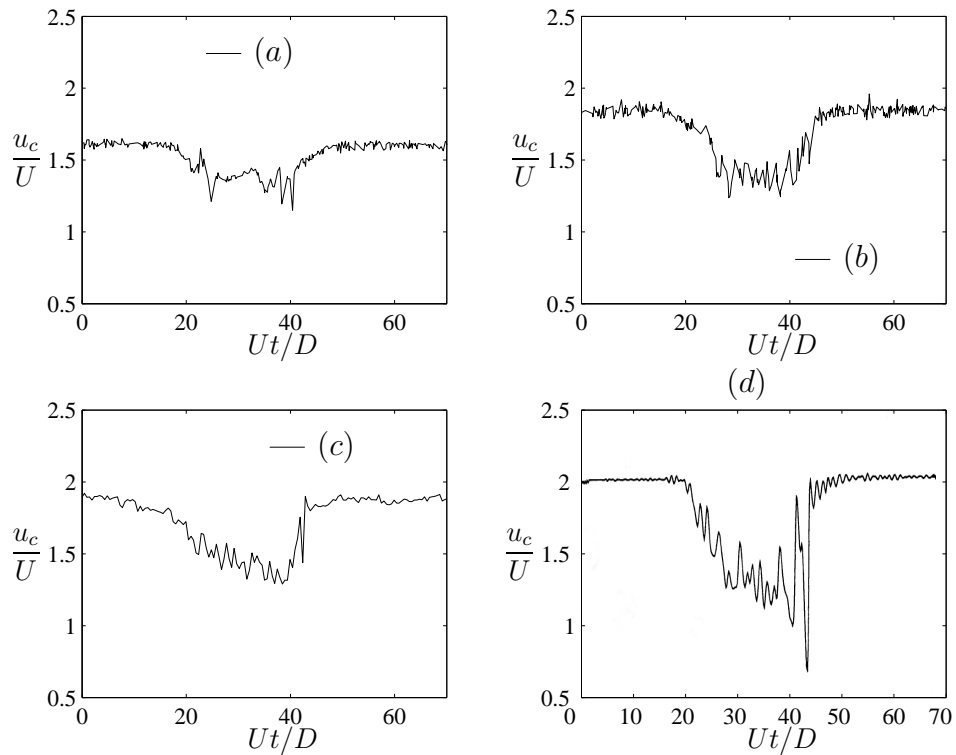
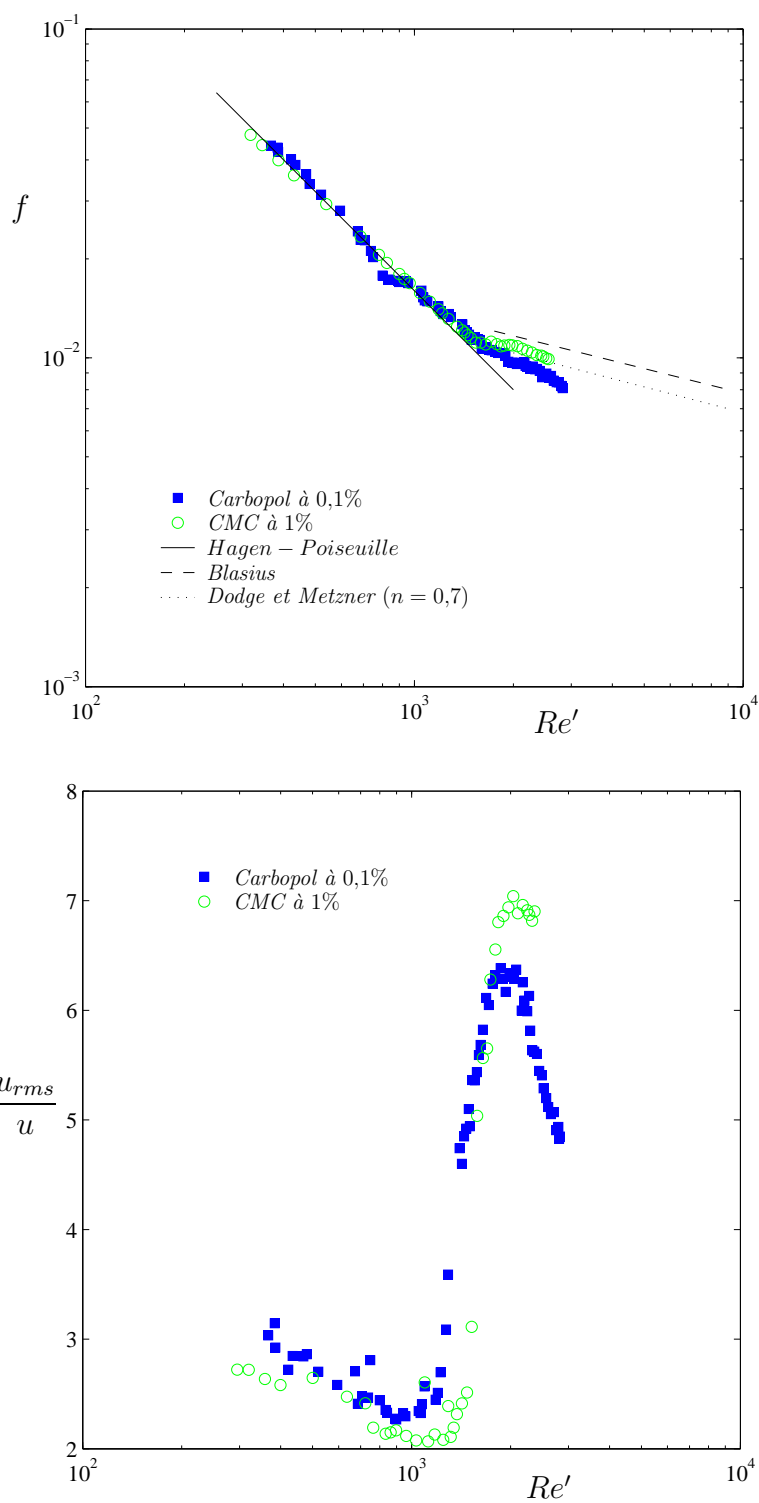


FIG. 3.13 – Vitesse sur l'axe en fonction du temps (adimensionnel) pour (a) une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 6,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 2,2 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$ ,  $n = 0,5$  et  $Re' = 3600$ ), (b) une solution de CMC à 2% ( $\mu_0 = 67,1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ,  $\mu_\infty = 4,28 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ,  $k = 1,12 \text{ ms}$ ,  $m = 0,68$  et  $Re' = 3280$ ), (c) pour un sirop de glucose (de viscosité  $105 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  et  $Re = 2000$ ), et (d) de l'eau à  $Re \simeq 2200$  d'après Darbyshire et Mullin [28]

FIG. 3.14 – (a)  $f$  et (b) taux de fluctuation en fonction de  $Re'$

### 3.3.2 Cas de la conduite annulaire

#### 3.3.2.1 Pertes de charge

La figure 3.14(a) présente l'évolution du coefficient de perte de charge en fonction de  $Re'$  pour une solution de Carbopol à 0,1% et pour une solution de CMC à 1% dans une conduite annulaire. Le comportement de la solution de CMC à 1% peut être décrit par le modèle de Ostwald ( $k = 74,74 \text{ mPa.s}^n$  et  $n = 0,9$ ). Le comportement de la solution de Carbopol à 0,1% Carbopol est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 0,4 \text{ Pa}$ ,  $K = 0,14 \text{ Pa.s}^n$  et  $n = 0,7$ ). On observe que la transition est bien moins "brutale" que pour un écoulement dans une conduite cylindrique. Dans cette représentation, on observe un léger effet de la rhéofluidification de la solution de Carbopol à 0,1%.

#### 3.3.2.2 Taux de fluctuation

L'évolution du taux de fluctuation de la vitesse axiale à la position où la contrainte est nulle en fonction du nombre de Reynolds est présenté à la figure 3.14(b). Cette mesure est un indicateur de la transition plus net que les mesures de perte de charge. En régime laminaire, le taux de fluctuation de la vitesse axiale est de l'ordre de 2 à 3%. Ces valeurs de taux de fluctuation en régime laminaire sont plutôt élevées et s'expliquent par les conditions d'entrée ou les ailettes le long de la conduite.

Lors de la transition, on obtient des maximums de taux de fluctuation de 6,5 et 7% respectivement pour la solution de Carbopol à 0,1% et la solution de CMC à 1%. Ces résultats sont en accord avec ceux de Escudier et al. [38] qui trouve des maximums du même ordre pour des fluides rhéofluidifiants ( $n = 0,7, 0,5$  et  $0,3$ ) dans une conduite annulaire ( $\eta_1 = 0,5$ ). Les nombres de Reynolds utilisés par ces auteurs sont basés sur la viscosité pariétale. Escudier et al. [38] trouvent que, pour des fluides rhéofluidifiants, la transition est retardée.

## 3.4 Conclusion

Ce chapitre a étudié la transition laminaire-turbulent pour un fluide à seuil de type Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique et annulaire.

D'un point de vue phénoménologique, des diagrammes représentant le nombre de Reynolds critique,  $Re'_c$ , en fonction de l'indice de l'écoulement,  $n$ , et du nombre de Herschel-Bulkley,  $Hb$ , (pour la conduite cylindrique et annulaire) sont donnés. Ces diagrammes permettront de déterminer (très rapidement) le nombre de Reynolds critique (d'après les critères phénoménologiques) pour un fluide à seuil (de type Bingham ou Herschel-Bulkley) dans une conduite (cylindrique ou annulaire). Ces résultats sont confrontés aux résultats expérimentaux. On retient que le critère Mishra et Tripathi [85] et le critère de Ryan et Johnson [119] sont acceptables pour le cas de la conduite cylindrique. Dans le cas de la conduite annulaire, les critères phénoménologiques prédisent des nombres de Reynolds critiques plus importants que pour la conduite cylindrique et les résultats expérimentaux indiquent des nombres de Reynolds de transition bien plus faibles. Finalement pour la conduite annulaire, le problème reste ouvert.

D'un point de vue expérimental, on a déterminé le nombre de Reynolds critique à partir de trois critères expérimentaux : (i) la mesure de pression, (ii) la mesure de la vitesse moyenne et (iii) la mesure de la fluctuation de la vitesse. Chaque critère expérimental donne des valeurs différentes. Pour des fluides sans seuil, l'analyse des taux de fluctuations de la vitesse axiale sur l'axe est la méthode la plus sensible. La comparaison avec le fluide rhéofluidifiant et le fluide Newtonien indique que le nombre de Reynolds de transition augmente avec la rhéofluidification et la présence d'une contrainte seuil. Un diagramme présentant le nombre de Reynolds critique en fonction de  $Hb$  permet de donner le nombre de Reynolds critique en fonction de la dimension de la zone cisailée telle que :  $\overline{Re}'_c = Re'(1-a)^{n'} = 2200$ . On rappelle que le fluide est également élastique, même si d'après Barnes [11], cet effet est faible. A ce sujet, plusieurs auteurs Paterson et Abernathy [106], Blonce [18], et Draad et al. [32] montrent (théoriquement et expérimentalement) que l'élasticité déstabilise l'écoulement. De ce point de vue, le retard à la transition observé, pour les fluides utilisés, est minimisé.

D'un point de vue des mécanismes de transition, l'analyse des différents résultats indique que dans le cas d'un fluide à seuil, dans une première étape, les instabilités apparaissent près de la paroi, alors que la zone centrale de l'écoulement reste laminaire (le taux de fluctuation de la vitesse axiale est similaire à celui d'un écoulement laminaire alors que  $2550 < Re' < 3300$  pour le Carbopol à 0,2%). Dans une seconde étape, des bouffées turbulentes sont observées. Les bouffées turbulentes obtenues pour les fluides rhéofluidifiants et les fluides à seuil présentent des similarités avec celles obtenus pour un



fluide Newtonien. Cependant, la principale différence est la variation de la vitesse entre la phase laminaire et la phase turbulente qui dépend du caractère non-Newtonien du fluide.



## Chapitre 4

# Écoulement turbulent

Le précédent chapitre indique que, lors de la transition, la zone isovitesse, qui caractérise l'écoulement laminaire d'un fluide à seuil, est détruite à cause des importantes variations de la vitesse. Ainsi, la structure de l'écoulement turbulent du fluide à seuil ne peut dépendre que de son caractère rhéofluidifiant et élastique. En effet, pour les forts débits, pour les fluides à seuil utilisés, la première différence de contrainte normale devient du même ordre de grandeur que les contraintes de cisaillement et l'élasticité ne peut être négligée.

Ce chapitre est organisé en trois paragraphes. Le premier paragraphe donne les équations de conservations de masse, de quantité de mouvement et d'énergies moyennées après application de la décomposition de Reynolds. Le but étant de faire ressortir des termes supplémentaires qui n'existent pas pour un fluide Newtonien et dont la modélisation reste délicate. Le second paragraphe présente les résultats expérimentaux de coefficient de frottement et de vitesse dans une conduite cylindrique. Les résultats pour le fluide à seuil sont comparés aux résultats obtenus pour le fluide rhéofluidifiant et le fluide Newtonien. La comparaison montre clairement que le caractère élastique ne peut pas être négligé. Le cas de la conduite annulaire est présentée dans le troisième paragraphe.

### 4.1 Équations moyennées

Afin de montrer qualitativement l'effet de la rhéofluidification des solutions sur l'écoulement turbulent, les équations de conservation de masse et

de quantité de mouvement sont rappelées :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (4.2)$$

où  $\mathbf{V}$  est le vecteur vitesse,  $t$  le temps,  $\rho$  la masse volumique,  $p$  la pression et  $\boldsymbol{\tau}$  le tenseur des contraintes pour un fluide rhéofluidifiant. Dans ce qui suit, on s'inspire largement de Bailly et Comte-Bellot [7] qui traite le cas d'un fluide Newtonien et de Pinho [112] qui traite le cas d'un fluide Newtonien généralisé.

**Equations moyennées** On décompose les vitesses et la pression en une grandeur moyenne et une fluctuation :

$$\mathbf{V} = \overline{\mathbf{V}} + \mathbf{V}' \quad ; \quad p = \overline{p} + p' \quad (4.3)$$

$\overline{(\ )}$  désigne la valeur moyenne et  $(\ )'$  la quantité fluctuante. En appliquant la décomposition de Reynolds (4.3), l'équation de conservation de masse (4.1) et l'équation de quantité de mouvement (4.2) deviennent :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.4)$$

$$\rho \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \rho \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial (2\overline{\mu} \overline{D}_{ij} + 2\overline{\mu}' D'_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad (4.5)$$

Cette équation met en évidence trois types de contrainte: (i)  $2\overline{\mu} \overline{D}_{ij}$  la contrainte due à la viscosité moléculaire, (ii)  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$  la contrainte de Reynolds et (iii)  $2\overline{\mu}' D'_{ij}$  un nouveau terme: la contrainte due au couplage entre les fluctuations de la viscosité moléculaire et les fluctuations du cisaillement. D'après Oliveira et Pinho [103], on peut montrer par une analyse d'échelle que, dans le cas d'un écoulement bidimensionnel, le terme  $2\overline{\mu}' D'_{ik}$  peut être négligé devant le terme  $2\overline{\mu} \overline{D}_{ik}$

**Energie cinétique du champ moyen** On se propose maintenant d'examiner l'équation qui gouverne l'énergie cinétique du mouvement moyen. Cette équation s'obtient en multipliant l'équation de Navier-Stokes moyennée (4.5)

dans la direction  $i$  par la composante de vitesse  $\bar{u}_i$ ; ainsi, l'équation de transport pour l'énergie cinétique du champ moyen s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\rho \bar{u}_i^2}{2} \right) + \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\rho \bar{u}_i^2}{2} \right) &= \overbrace{\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}^{(a)} - \overbrace{2\bar{\mu} D_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}^{(b)} - \overbrace{2\bar{\mu}' D'_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}^{(c)} \\ - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \bar{p})}_{(d)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j)}_{(e)} &+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (2\bar{u}_i \bar{\mu} D_{ij})}_{(f)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (2\bar{u}_i \bar{\mu}' D'_{ij})}_{(g)} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Dans l'équation précédente, il apparaît deux nouveaux termes : (c) et (g) et les termes Newtoniens sont modifiés. Dans le membre de gauche de cette équation, on a la dérivée en suivant l'écoulement moyen de l'énergie cinétique du champ moyen. A droite, (a) exprime la puissance interne dans le mouvement moyen des tensions de Reynolds. Ce terme représente un échange d'énergie entre mouvement moyen et fluctuant. (b) et (c) expriment la dissipation dans le mouvement moyen respectivement dues à la viscosité moyenne et à la viscosité fluctuante. Les termes de diffusion par l'écoulement moyen (d), (e), (f) et (g) sont respectivement les puissances extérieures des forces de pression moyenne, des tensions de Reynolds, des efforts de la viscosité moyenne et des forces dues au couplage entre les fluctuations de la viscosité moléculaire et les fluctuations du cisaillement.

Pour interpréter correctement le terme de transfert entre le champ moyen et le champ turbulent, on peut d'écrire l'équation de l'énergie cinétique turbulente.

**Energie cinétique turbulente moyenne** L'énergie cinétique moyenne du champ fluctuant ou énergie cinétique turbulente moyenne, notée  $\bar{k}$ , est définie par :

$$\bar{k} = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (4.7)$$

L'équation qui gouverne les contraintes de Reynolds se déduit de l'équation de l'énergie cinétique turbulente. Les détails de calculs sont donnés dans l'annexe C. Il vient ainsi :

$$\frac{\partial (\rho \bar{k})}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial (\rho \bar{k})}{\partial x_k} = - \overbrace{\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \overline{D_{ij}}}_{(a)} - \overbrace{2\bar{\mu} \overline{D_{ij}^2}}^{(b)} - \overbrace{2\bar{\mu}' \overline{D'_{ij} D_{ij}}}_{(c)} - \overbrace{2\bar{\mu}' \overline{D_{ij}^2}}^{(d)} - \overbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}'_j \bar{p}')}_{(e)}$$

$$\begin{aligned}
& - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u'_i u'_j u'_i})}_{(f)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (2\overline{\mu} u'_i D'_{ij})}_{(g)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (2\overline{\mu'} u'_i D_{ij})}_{(h)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (2\overline{\mu'} u'_i D'_{ij})}_{(i)} \\
& \hspace{20em} (4.8)
\end{aligned}$$

Cette équation (4.8) contient quatre nouveaux termes :  $(c)$ ,  $(d)$ ,  $(h)$  et  $(i)$  et les termes Newtoniens sont modifiés. Dans le membre de gauche de cette équation, on a la dérivée en suivant l'écoulement de l'énergie cinétique turbulente moyenne du champ fluctuant. A droite,  $(a)$  est le terme de transfert entre le champ moyen et le champ turbulent.  $(b)$ ,  $(c)$  et  $(d)$  représentent les dissipation dans le mouvement fluctuant respectivement dues à la viscosité moyenne  $(b)$  et à la viscosité fluctuante  $(c)$  et  $(d)$ . Les termes de diffusion de l'énergie cinétique turbulente  $(e)$ ,  $(f)$ ,  $(g)$ ,  $(h)$  et  $(i)$  sont respectivement par les fluctuations de pression  $(e)$ , de vitesse  $(f)$ , des contraintes visqueuses  $(g)$  et des forces dues au couplage entre les fluctuations de la viscosité moléculaire et les fluctuations du cisaillement  $(h)$  et  $(i)$ .

Une analyse de l'ordre de grandeur des différents termes, conduite par Pinho [112], indique quels termes doivent être modélisés. Ceci aboutit à un modèle  $\overline{k} - \epsilon$  où  $\epsilon$  est la dissipation (les termes  $(b)$ ,  $(c)$  et  $(d)$ ).

## 4.2 Ecoulement en conduite cylindrique

L'écoulement turbulent, à faible nombre de Reynolds, s'analyse à l'aide des mesures de perte de charge, des mesures de vitesse axiale (moyenne, fluctuation, moments d'ordre supérieur) et des contraintes turbulentes (déduites des mesures de vitesse). Dans le cas de la conduite cylindrique, les fluides testés sont : (i) une solution de Carbopol à 0,2% (le fluide à seuil), (ii) une solution de CMC à 2% (un fluide rhéofluidifiant) et (iii) un sirop de glucose (un fluide Newtonien de référence). Les paramètres des écoulements présentés dans cette section sont donnés dans le tableau 4.1. Le nombre de Reynolds utilisé dans cette section est le nombre de Reynolds  $Re_p$  basé sur la viscosité pariétale. En fait, la contrainte pariétale est mesurée et ensuite la viscosité pariétale est déterminée à partir de la courbe d'écoulement  $\mu(\dot{\gamma})$ , obtenue à partir des essais rhéologiques en cisaillement simple.

Symboles	Fluides	$f (\times 10^{-3})$	$u_\tau (m/s)$	$y_\tau (mm)$	$Re_p$	$Re'$
■	sirop de glucose	10,34	0,415	0,104	4000	4000
○	CMC à 2%	5,95	0,456	0,054	10000	5000
▼	Carbopol à 0,2%	5,98	0,405	0,053	11000	5000

TAB. 4.1 – *Caractéristiques des écoulements turbulents dans la conduite cylindrique. La viscosité du sirop de glucose est de 50 mPa.s. Le comportement de la solution de CMC à 2% est décrit par le modèle de Cross (avec  $\mu_0 = 67,1$  mPa.s,  $\mu_\infty = 4,28$  mPa.s,  $k = 1,12$  ms et  $m = 0,68$ ). Le comportement de la solution de Carbopol à 0,2% est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 6,3$  Pa,  $K = 2,2$  Pa.s<sup>n</sup> et  $n = 0,5$ )*

### 4.2.1 Mesure des pertes de charge

L'évolution du coefficient de frottement  $f$  en fonction du nombre de Reynolds, basé sur la viscosité à la paroi, est présentée sur la figure 4.1(a). Les mesures pour la solution de sirop de glucose sont en bon accord avec la loi de Nikuradse (3.2) pour  $Re > 3000$ . Pour la solution de Carbopol à 0,2%, les résultats expérimentaux sont sous-estimés par la corrélation de Dodge et Metzner [31] (4.9). La différence ne dépasse pas 10% pour  $4500 < Re_p < 9000$ . Concernant la solution de CMC à 2%, l'évolution du coefficient de perte de charge est pratiquement identique à celle obtenue pour la solution de Carbopol. En fait, pour ces deux fluides, les indices de rhéofluidification sont très proches dans la gamme de gradient pariétaux correspondant à  $4000 < Re' < 7000$ . A titre d'information, la loi de Virk [138] donnée par l'équation (4.10) est également représentée.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,737n^{0,25} \ln \left( \frac{4n}{3n+1} Re_p \sqrt{f} \right) + \frac{4,8164}{n^{0,75}} (1-n) - \frac{0,4}{n^{1,2}} \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 19,0 \log \left( Re \sqrt{f} \right) - 32,4 \quad (4.10)$$

Pour déterminer si un fluide est réducteur de frottement, on définit des coefficients de réduction de frottement  $DR$  (Drag Reduction en anglais) :

$$DR_N (\%) = \frac{f - f_N}{f_N} \times 100 \quad ; \quad DR_E (\%) = \frac{f - f_R}{f_R} \times 100 \quad (4.11)$$

où  $f_N$  et  $f_R$  sont respectivement le coefficient de frottement pour un fluide Newtonien et le coefficient de frottement pour un fluide rhéofluidifiant à un nombre de Reynolds de paroi donné.  $DR_N$  vaut (au maximum) 30 et 35% respectivement pour la solution de Carbopol à 0,2% et pour la solution de CMC à 2%. La réduction de frottement due à l'élasticité s'évalue avec  $DR_E$ , qui vaut (au maximum) 25 et 10% respectivement pour la solution de Carbopol à 0,2% et pour la solution de CMC à 2%. La figure 4.1(b) présente les mêmes données que précédemment dans un diagramme de type Prandtl-Karman, c'est à dire  $f^{-1/2}$  en fonction de  $\log(Re_p\sqrt{f})$ . Ce type de diagramme est plus communément utilisé lorsqu'on s'intéresse aux fluides réducteurs de frottement.

## 4.2.2 Mesure par VLD

### 4.2.2.1 Profil de vitesse moyen

L'écoulement turbulent pleinement développé en présence d'une paroi se décompose en deux régions selon le degré d'influence de la viscosité : une zone interne et une zone externe où les contraintes turbulentes dominent. Dans ce qui suit, on se place uniquement dans la zone interne où on ne considère que la sous-couche laminaire visqueuse et la sous-couche turbulente :

$$\begin{array}{l} \text{Sous - couche} \\ \text{laminaire :} \end{array} \quad 0 \leq y^+ \leq y_v^+ \quad u^+ = y^+ \quad (4.12)$$

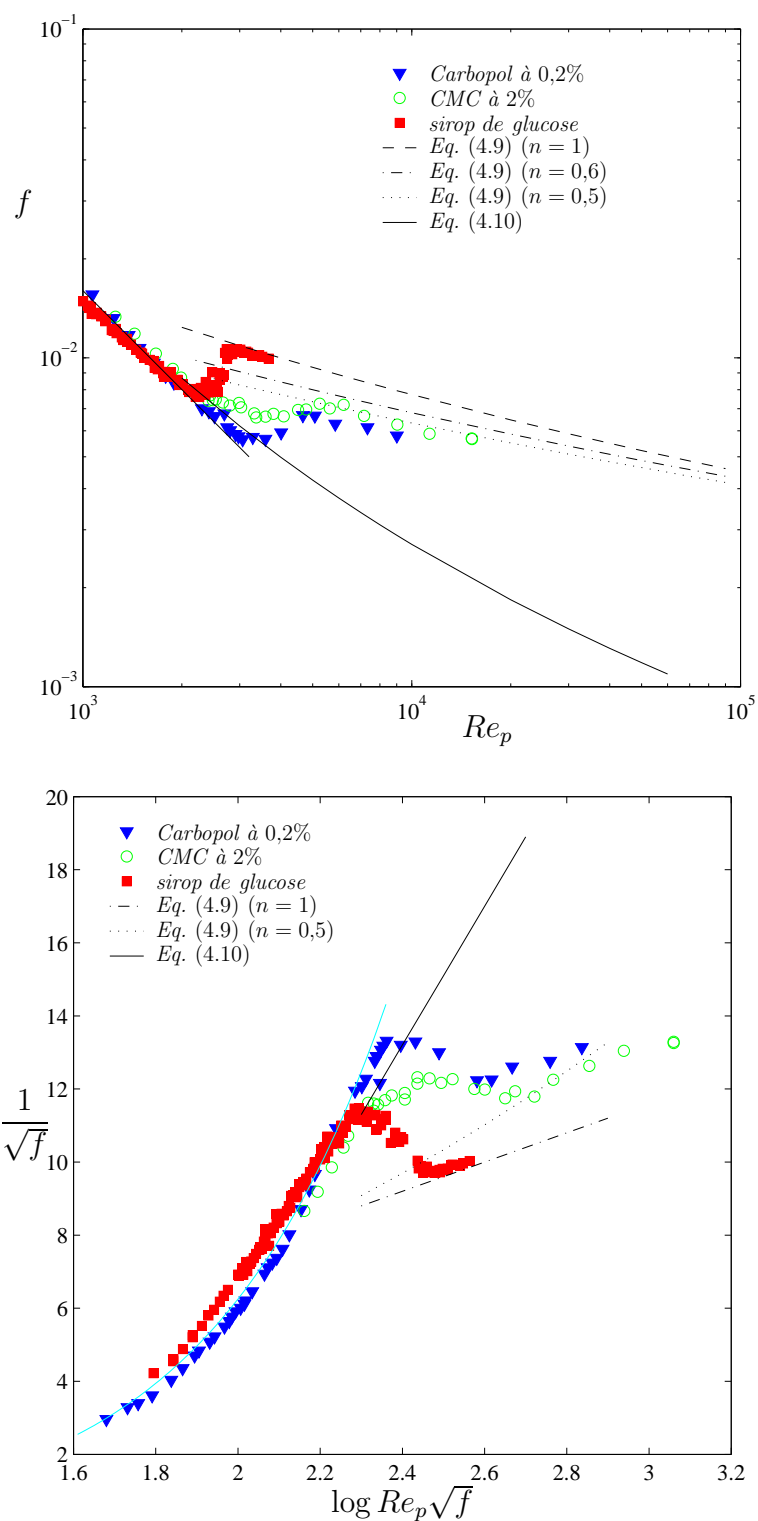
$$\begin{array}{l} \text{Sous - couche} \\ \text{turbulente :} \end{array} \quad y_b^+ \leq y^+ \leq y_t^+ \quad u^+ = \mathcal{A}_t \ln y^+ + \mathcal{B}_t \quad (4.13)$$

avec,  $u^+ = u/u_\tau$  ;  $y^+ = y/y_\tau$ , où  $u_\tau$  et  $y_\tau$  sont respectivement l'échelle caractéristique de vitesse et de longueur dans la zone interne. Elles sont données par :

$$u_\tau = \left( \frac{\tau_p}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad y_\tau = \left( \frac{\rho F u_\tau^{2-n}}{K} \right)^{-\frac{1}{n}} \quad \text{avec} \quad F = 1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \quad (4.14)$$

Les constantes  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  sont déterminées expérimentalement. Le profil de vitesse est représenté sur la figure 4.2(a). Pour le fluide Newtonien (le sirop de glucose), la loi logarithmique qui décrit correctement nos mesures de vitesse est  $u^+ = A \ln y^+ + B$  avec  $A = 2,5$  et  $B = 6,5$ . Dans la littérature, on utilise souvent  $B = 5,5$ . Cet écart s'explique par le fait que nous sommes



FIG. 4.1 – (a)  $f(Re_p)$  et (b)  $f^{-1/2}$  en fonction de  $\log(Re_p \sqrt{f})$

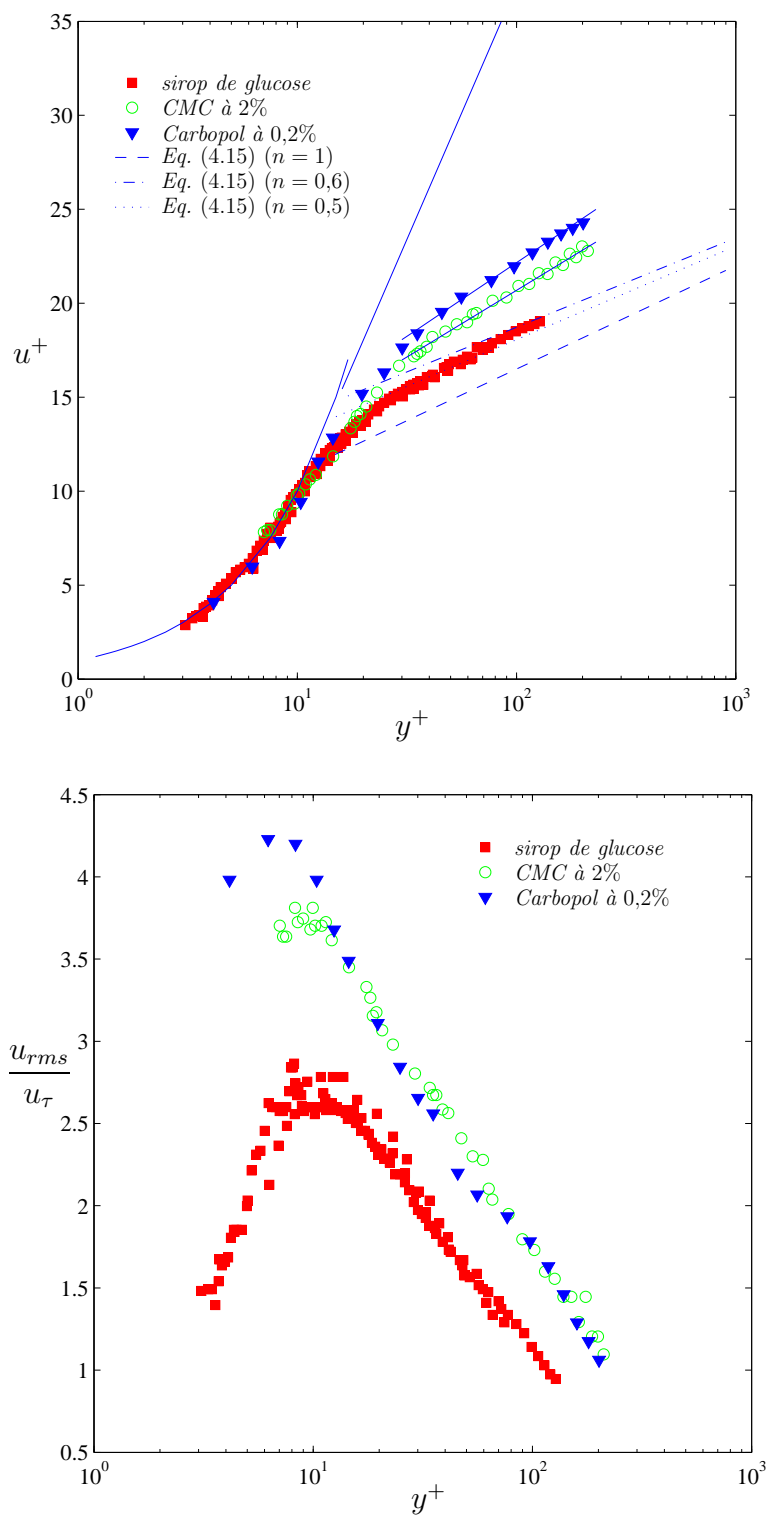


FIG. 4.2 – (a) Profil de vitesse et (b) profil d'intensité de turbulence associé

dans un écoulement turbulent à faible nombre de Reynolds ( $Re' = 4000$ ). La constante utilisée (6,5) est en bon accord avec celles de Patel et Head [105], Den Toonder et Nieuwstadt [29] et Baillet et Comte-Bellot [7]. Concernant l'effet de la rhéofluidification sur le profil de vitesse. Dodge et Metzner [31] donnent le profil de vitesse suivant :

$$u^+ = 5,657n^{0,25} \log y^+ - \frac{0,566}{n^{1,2}} + \frac{3,475}{n^{0,75}} \left[ 1,96 + 0,816n - 1,628n \log \left( 3 + \frac{1}{n} \right) \right] \quad (4.15)$$

Ces profils ont été obtenus expérimentalement par Dodge et Metzner [31] et retrouvé numériquement par Malin [79, 80] et Cruz et Pinho [27]. Ils sont représentés sur la figure 4.2(a).

Afin de mieux décrire les résultats expérimentaux, on utilise :

$$\begin{array}{l} \text{Sous - couche} \\ \text{laminaires :} \end{array} \quad 0 \leq y^+ \leq y_v^+ \quad u^+ = y^+ \quad (4.16)$$

$$\begin{array}{l} \text{Sous - couche} \\ \text{inertielle :} \end{array} \quad y_b^+ \leq y^+ \leq y_t^+ \quad u^+ = \frac{\mathcal{A}_t}{n} \ln y^+ + \mathcal{B}_t \quad (4.17)$$

L'axe de la conduite correspond à  $y_c^+ \approx 144$  pour le sirop de glucose,  $y_c^+ \approx 270$  pour la solution de CMC à 2% et  $y_c^+ \approx 283$  pour la solution de Carbopol à 0,2%. Pour la solution de glucose, le profil de vitesse normalisé est en accord avec la relation linéaire :  $u^+ = y^+$  lorsque  $0 < y^+ < 5$  et la relation logarithmique :  $u^+ = 2,5 \ln y^+ + 6,5$  pour  $y^+ > 30$ . Pour ce qui concerne les solutions de Carbopol à 0,2% et de CMC à 2%, les profils de vitesse normalisés sont bien décrits par les relations (4.17) lorsque  $y^+ > 30$ , avec  $\mathcal{B}_t = 6,5$  et  $\mathcal{A}_t = 1,77$  et 1,89 respectivement. Ici, un modèle à loi puissance est utilisé pour représenter le comportement de la CMC dans la gamme de gradient pariétal considérée. On trouve un indice de rhéofluidification équivalent de 0,62. Enfin, à titre d'indication, l'asymptote de Virk est également représentée :

$$u^+ = 11,7 \ln y^+ - 17,0 \quad (4.18)$$

#### 4.2.2.2 Profil d'intensité de turbulence

La figure 4.2(b) représente l'intensité de turbulent axiale (rapportée à la vitesse de frottement) en fonction de  $y^+$ . Elle augmente depuis la paroi, elle atteint un maximum puis décroît. Pour le sirop de glucose, les résultats expérimentaux sont en accord avec ceux de Durst et al. [35], le pic d'intensité de turbulence est de 2,6 à  $y^+ \simeq 12$ . Pour la solution de CMC à 2%

et celle de Carbopol à 0,2%, le pic est d'intensité plus élevé que pour un fluide Newtonien. Ceci s'explique par la réduction de  $u_\tau$ . Ces résultats sont en accord avec ceux de El Karkri [37]. De plus, ceci est également prédit numériquement de Malin [79] et Cruz et Pinho [27]. Ces derniers auteurs montrent que pour des fluides fortement viscoélastiques, le maximum d'intensité de turbulence s'éloigne de la paroi. Les mesures de vitesse pour les solutions de CMC et de Carbopol sont difficiles à réaliser lorsque  $y^+ < 10$  (en fait,  $y^+ = 10$  correspond à  $y \approx 0,2 \text{ mm}$ ). C'est pourquoi, on recense peu de données expérimentales à faibles  $y^+$ .

#### 4.2.2.3 Profil de moments d'ordre supérieur

Les moments d'ordre supérieur de la vitesse axiale sont également appelés le facteur de dissymétrie,  $S$ , et facteur d'aplatissement,  $F$ .  $S$  et  $F$  sont définis par :

$$S = \frac{\overline{u^3}}{\overline{u^2}^{3/2}} \quad ; \quad F = \frac{\overline{u^4}}{\overline{u^2}^2} \quad (4.19)$$

Les figures 4.3(a) et 4.3(b) représentent l'évolution de  $S$  et  $F$  en fonction de  $y^+$ . En écoulement près de la paroi, les moments d'ordres supérieur sont significativement différents de ceux correspondant à une distribution de probabilité Gaussienne ( $S = 0$  et  $F = 3$ ). Encore une fois, les résultats expérimentaux de Durst et al. [35] et Den Toonder et al. [29] sont en accord avec les résultats obtenus pour le sirop de glucose. Il faut noter que pour les autres fluides testés, il n'apparaît pas d'effet significatif de la rhéologie sur l'évolution des moments d'ordres supérieur en fonction de  $y^+$ .

#### 4.2.2.4 Spectres

Le spectre normalisé de la fluctuation axiale de vitesse sur l'axe de la conduite en fonction du nombre d'onde pour les trois fluides est donné à la figure 4.4. Pour le fluide Newtonien, nos résultats sont en accord avec ceux de la littérature (Eggels et al. [36]) avec une pente ( $-5/3$ ) pour des nombres d'onde suffisamment grands. Des résultats similaires sont obtenus pour les fluides non-Newtoniens.

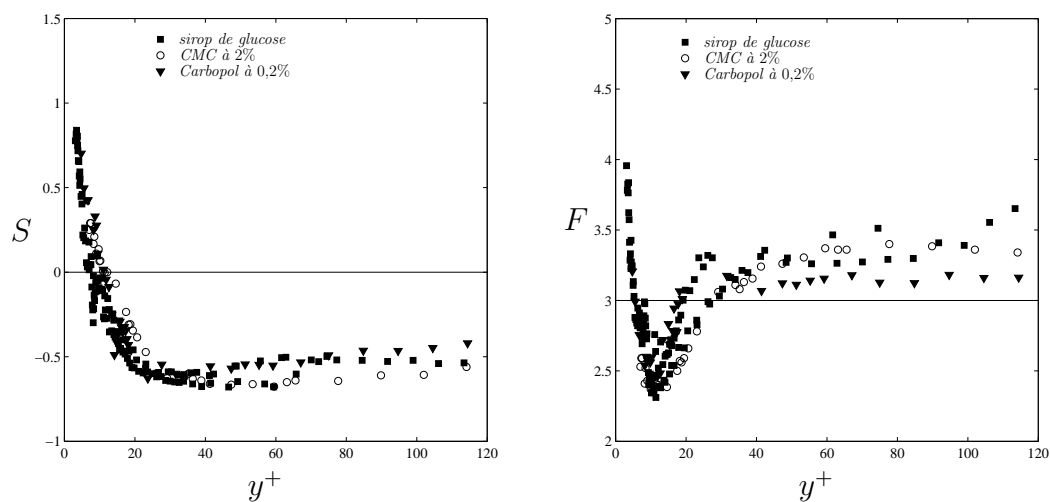
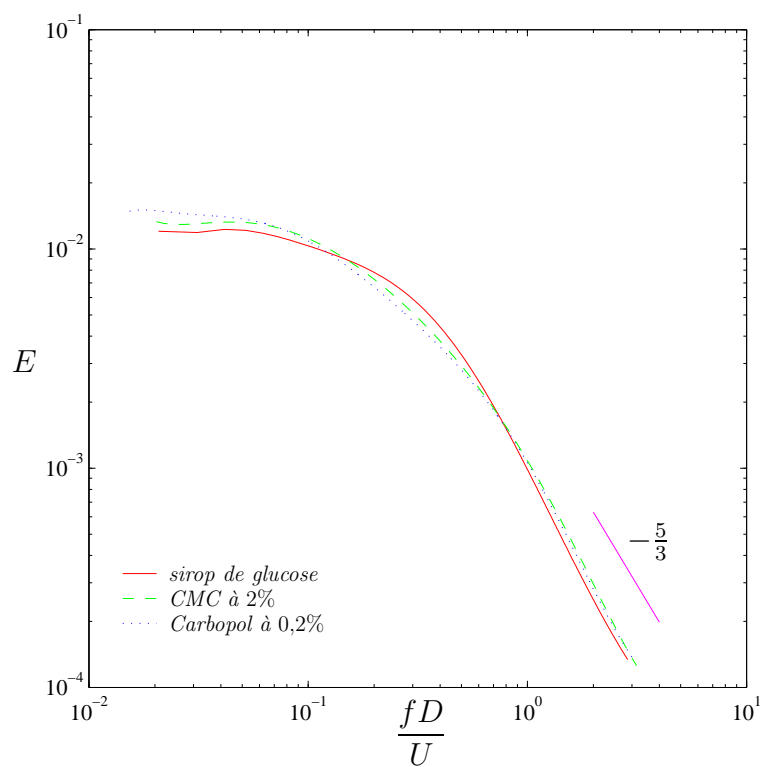
FIG. 4.3 – Facteur de dissymétrie  $S(y^+)$  et facteur d'aplatissement  $F(y^+)$ 

FIG. 4.4 – Spectres des fluctuations de la vitesse axiale

### 4.3 Ecoulement en conduite annulaire

Concernant les mesures de perte de charge et de vitesse en régime turbulent dans la conduite annulaire, on présente des résultats pour une solution de CMC à 1%, dont le comportement est proche de celui d'un fluide Newtonien, et des résultats pour une solution de Carbopol à 0,1% présentant un seuil d'écoulement faible. En effet, pour la conduite annulaire utilisée, les débits obtenus n'ont pas permis d'atteindre le régime turbulent pour une solution de Carbopol à 0,2%. Plutôt que de changer la pompe, on décide de diminuer la concentration des solutions de polymères. Les paramètres des profils présentés dans cette section sont donnés dans le tableau 4.2.

Symboles	Fluides	$f (\times 10^{-3})$	$u_\tau (m/s)$	$y_\tau (mm)$	$Re_p$	$Re'$
○	CMC à 1%	9,55	0,14	0,13	4300	1800
▼	Carbopol à 0,1%	11,32	0,17	0,08	6300	2200

TAB. 4.2 – *Caractéristiques des écoulements turbulents en conduite cylindrique. Le comportement de la solution de CMC à 2% est décrit par le modèle de Ostwald ( $k = 74,74 \text{ mPa}\cdot\text{s}^n$  et  $n = 0,9$ ). Le comportement de la solution de Carbopol à 0,1% Carbopol est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ( $\tau_0 = 0,4 \text{ Pa}$ ,  $K = 0,14 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$  et  $n = 0,7$ )*

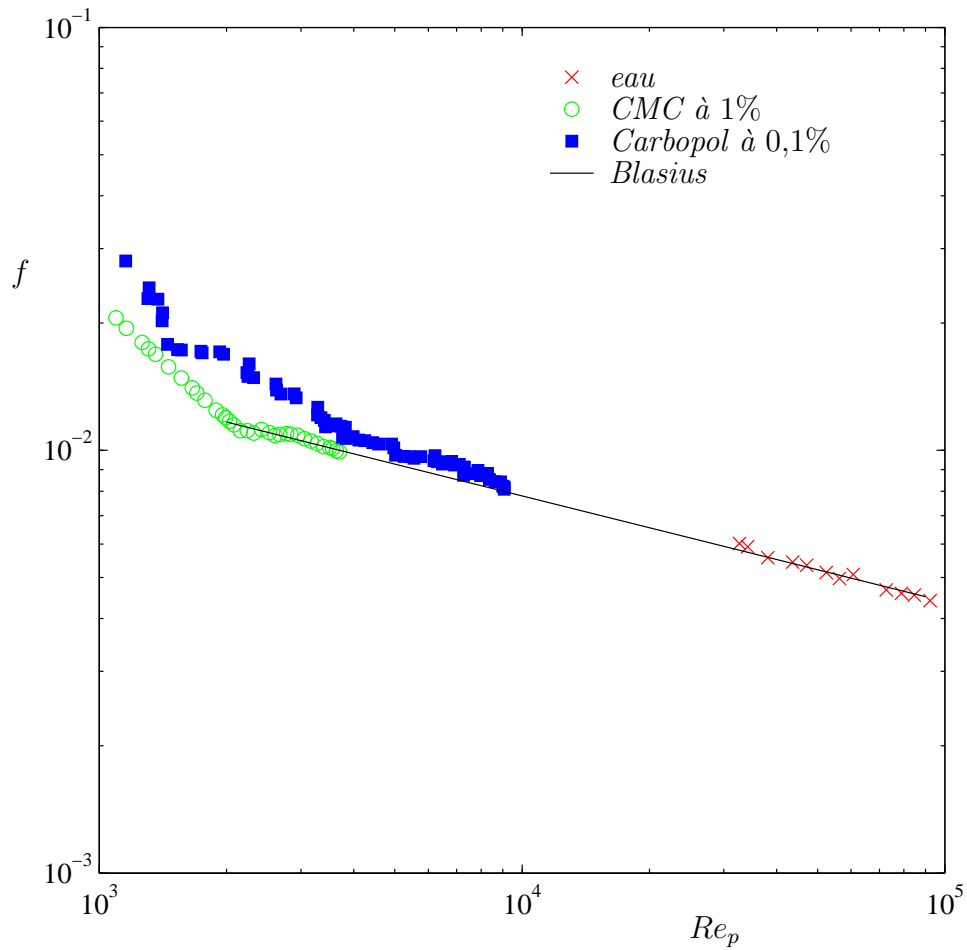
#### 4.3.1 Mesure des pertes de charge

La figure 4.5 présente l'évolution du coefficient de frottement  $f$  en fonction du nombre de Reynolds pariétale pour de l'eau, une solution de CMC à 1% et une solution de Carbopol à 0,1%. D'après les mesures de perte de charge, il n'apparaît aucune réduction de frottement par rapport à un fluide Newtonien. Ceci est dû aux faibles caractères non-Newtoniens des fluides utilisés.

#### 4.3.2 Mesure par VLD

##### 4.3.2.1 Profil de vitesse moyen

La figure 4.6(a) présente des profils de vitesse pour de l'eau, pour une solution de CMC à 1% et une solution de Carbopol à 0,1%, ainsi que les lois

FIG. 4.5 – Evolution de  $f(Re_p)$  dans une conduite annulaire

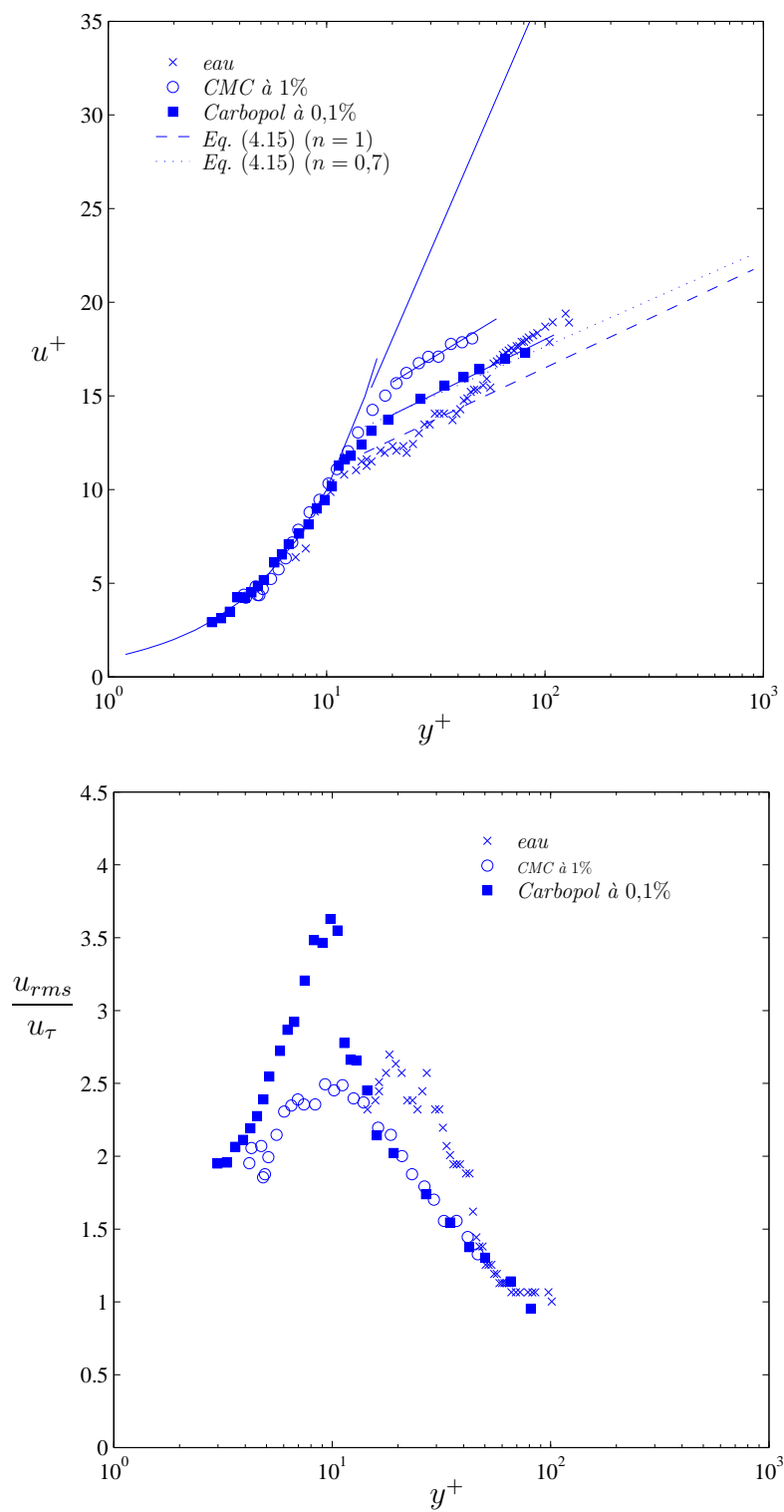


FIG. 4.6 – (a) Profil de vitesse et (b) profil d'intensité de turbulence associé



de Dodge et Metzner ((4.9) pour  $n = 0,7$  et  $1$ ) et la loi de Virk (4.18). Les profils de vitesse peuvent être décrits par (4.16) et (4.17) avec  $\mathcal{B}_t = 6,5$  et  $\mathcal{A}_t = 1,75$  et  $2,15$  respectivement pour la solution de Carbopol à  $0,1\%$  et la solution de CMC à  $1\%$ . La position de contrainte nulle correspond à  $y_c^+ \approx 70$  pour la solution de CMC à  $1\%$  et  $y_c^+ \approx 110$  pour la solution de Carbopol à  $0,1\%$ . Le profil de vitesse de la solution de Carbopol à  $0,1\%$  est en accord avec la loi de Dodge et Metzner ((4.9) avec  $n = 0,7$  et  $1$ ). Il semble donc que pour un solution de Carbopol à  $0,1\%$ , il n'y a pas d'effets de réduction de frottement.

#### 4.3.2.2 Profil d'intensité de turbulence

La figure 4.6(b) présente le profil d'intensité de turbulent axiale en fonction de  $y^+$ . Le pic d'intensité de turbulence est plus important pour la solution de Carbopol à  $0,1\%$  que pour la solution de CMC à  $1\%$ . De plus, le maximum de taux de fluctuation de la vitesse axiale pour la solution de Carbopol à  $0,1\%$  est plus important que pour de l'eau (ce résultat est troublant). Les profils de vitesse de la solution de CMC à  $1\%$  et la solution de Carbopol à  $0,1\%$  sont probablement en régime transitoire (les nombres de Reynolds sont assez faibles). Une étude expérimentale plus complète tenant compte de l'influence du nombre de Reynolds pour des fluides plus rhéofluidifiants (et plus élastique) est donnée par Escudier et al. [38].

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre montre des mesures de pression et de vitesse pour des fluides Newtoniens, rhéofluidifiants et à seuil dans une conduite cylindrique et annulaire. Les mesures réalisées concernent des écoulements turbulents à faibles nombres de Reynolds. Dans la conduite cylindrique, pour une solution de Carbopol à  $0,2\%$  et une solution CMC à  $2\%$ , les effets élastique ne sont pas négligeables.

Il existe des mesures pour les vitesses moyennes et les intensités de turbulence pour des conduites annulaires excentrées de Nouri et al. [102] et Ogino et Kimura [104]. L'excentricité induit une augmentation du frottement pariétal jusqu'à  $22\%$  et une redistribution des intensités de turbulence.



## Chapitre 5

# Convection thermique

Ce chapitre traite de la convection thermique pour des fluides à seuil de type Herschel-Bulkley en écoulement dans une conduite cylindrique ou annulaire. La paroi de la conduite est soumise à une densité de flux de chaleur uniforme. On présente l'évolution du coefficient de transfert de chaleur pour une large gamme de nombre de Reynolds allant du régime laminaire au régime turbulent. Le premier paragraphe traite de la convection thermique laminaire. Les équations qui gouvernent le problème sont rappelées, une solution théorique est proposée et des résultats expérimentaux sont confrontés à ceux obtenus théoriquement. Le nombre de Reynolds critique de transition déterminé à partir des mesures de température est comparé à celui obtenu à partir des mesures en situation isotherme. On s'attend à retrouver des résultats similaires dans la mesure où la convection thermique est gouvernée par la dynamique de l'écoulement. Le troisième paragraphe est consacré à la convection thermique en régime turbulent.

### 5.1 Convection thermique en régime laminaire

On considère l'écoulement d'un fluide de type Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique ou annulaire. En situation isotherme et en régime établi, l'écoulement est caractérisé par une zone centrale non-cisaillée dont la dimension ne dépend que de l'indice de structure et du nombre de Herschel-Bulkley. A partir de la section d'entrée, la paroi est soumise à une densité de flux de chaleur uniforme. Une couche limite thermique se développe alors le long de la zone de chauffage.

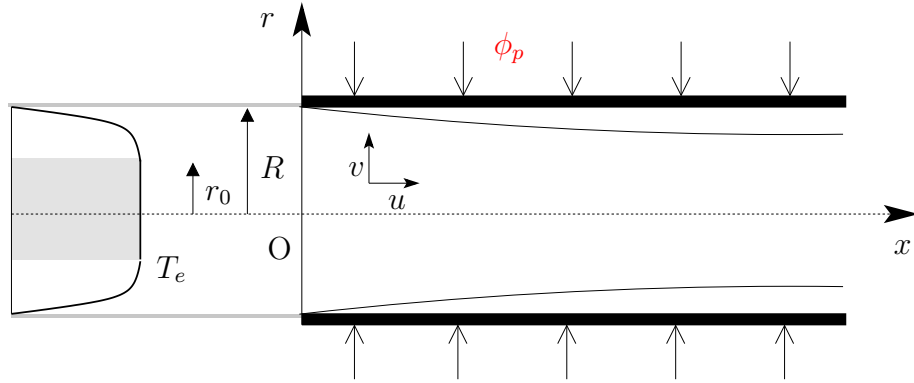


FIG. 5.1 – *Ecoulement isotherme et établi d'un fluide à seuil entrant dans une conduite cylindrique soumise à une densité de flux de chaleur uniforme. Développement de la couche limite thermique. Géométrie et système de coordonnées*

### 5.1.1 Cas de la conduite cylindrique

Pour les fluides considérés, le nombre de Prandtl (c'est à dire le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité thermique) est supposé suffisamment important pour considérer que le régime dynamique est quasi-établi dans chaque section de la conduite cylindrique et que le champ thermique est en développement le long de la zone de chauffage. Un schéma du problème ainsi que le système de coordonnées utilisé sont donnés par la figure 5.1. Le nombre de Péclet thermique est défini par :

$$Pe = RePr = \frac{UD}{\nu_0} \frac{\nu_0}{\alpha} = \frac{D^2/\alpha}{D/U} = \frac{\text{temps de diffusion thermique}}{\text{temps de convection thermique}} \quad (5.1)$$

où  $\nu_0$  la viscosité cinématique apparente et  $\alpha$  la diffusivité thermique du fluide.  $Pe$  est suffisamment élevé ( $Pe > 1000$ ) pour négliger la diffusion axiale devant la diffusion transversale (Johnston [61]). Pour ce qui est de la longueur d'entrée thermique  $\mathcal{L}$ , on montre par une simple analyse d'échelle des différents termes de l'équation de l'énergie que  $\mathcal{L}/R = O(Pe)$ . La zone intéressante pour la convection thermique pour des fluides à seuil et en général pour des fluides non-Newtoniens concerne principalement la zone d'entrée thermique.

Dans cette étude, les effets de convection naturelle ainsi que les effets de dissipation visqueuse sont négligés. Encore une fois, il est possible de

montrer par une simple analyse d'échelles que, dans notre cas, les effets de la convection naturelle peuvent être négligés. En effet, au voisinage de la section d'entrée, la paroi est "tapissée" d'une couche limite thermique sur toute la circonférence. Les forces de poussée accélèrent le fluide à l'intérieur de cette couche. Si le nombre de Prandtl est élevé, l'équation du mouvement azimuthal, permet d'écrire l'équilibre entre les forces de poussée et de frottement. En outre, près de la section d'entrée, l'équation de l'énergie exprime un équilibre entre la convection thermique axiale et la conduction normale à la paroi. Après un simple calcul algébrique, on arrive à :

$$\frac{w}{U} \approx \frac{Gr_g}{Re_g} \left( \frac{X^+}{\Pi\varphi_N} \right) \left( \frac{1-a}{\Pi^{n-1}\varphi_N^{n-1}} \right) \quad (5.2)$$

où  $Gr_g$  est le nombre de Grashof<sup>1</sup>,  $\varphi_N$  est le gradient pariétal de vitesse adimensionnel pour un fluide Newtonien,  $X^+$  et  $\Pi$  sont définis dans la suite. Typiquement,  $Gr \lesssim 10^4$ . Ainsi, au bout de la conduite, on trouve, dans le cas le plus favorable à la convection naturelle, que la particule fait au maximum 1/4 de tour. Pour ce qui concerne les effets de dissipation visqueuse et compte tenu de nos conditions expérimentales (dimensions de la conduite, densités de flux de chaleur imposables et propriétés physiques des fluides utilisés), une rapide estimation du nombre de Brinkman<sup>2</sup> ne permet pas d'obtenir des valeurs significatives.

Le problème décrit précédemment est gouverné par les équations suivantes :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (5.3)$$

$$\rho(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (5.4)$$

$$\rho C_p (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \lambda \nabla^2 T \quad (5.5)$$

où  $T$  est la température,  $C_p$  et  $\lambda$  sont respectivement la chaleur spécifique à pression constante et la conductivité thermique<sup>3</sup> et où le tenseur des

1. Le nombre de Grashof  $Gr_g = \rho^2 g \beta (\Delta T) R^3 / \mu_0^2$  où  $g$  est l'accélération gravitationnelle,  $\beta$  le coefficient d'extension thermique et  $\mu_0$  une viscosité apparente, identique à celle utilisée dans la définition de  $Re_g$

2. Le nombre de Brinkman  $Br = \mu_0 U^2 / (R \phi_p)$  où  $\mu_0$  une viscosité apparente et  $\phi_p$  la densité de flux de chaleur uniforme. Le nombre de Brinkman caractérisant les effets de dissipation visqueuse varie entre  $10^{-4}$  et  $10^{-2}$

3. La chaleur spécifique à pression constante  $C_p$  et la conductivité thermique  $\lambda$  sont considérées égales à celles du solvant (l'eau) dans la mesure où les concentrations de polymères sont faibles. Des indications sur l'évolution de  $\lambda(T)$  pour des solutions de Carbopol sont données par Loulou et al. [75]

contraintes  $\tau$  est donné par :

$$\tau = 2 \left( \frac{\tau_0}{\sqrt{4D_{II}}} + K (4D_{II})^{\frac{n-1}{2}} \right) \mathbf{D} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} > \tau_0 \quad (5.6)$$

Dans la zone d'entrée thermique, il est naturel de considérer respectivement le rayon  $R$ , la vitesse débitante  $U$ ,  $\rho U^2$ , et  $R\phi_p/\lambda$  comme échelles caractéristiques de longueur, de vitesse, de pression/contrainte et de température. On définit alors :

$$\eta = \frac{r}{R} \quad ; \quad X = \frac{x}{R} \quad ; \quad \hat{u} = \frac{u}{U} \quad ; \quad P = \frac{p}{\rho U^2} \quad ; \quad \Theta = \frac{\lambda(T - T_e)}{R\phi_p} \quad (5.7)$$

Sous forme adimensionnelle, les équations gouvernant le problème sont alors données par :

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{V}} = 0 \quad (5.8)$$

$$\left( \hat{\mathbf{V}} \cdot \nabla \right) \hat{\mathbf{V}} = -\nabla P + \nabla \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} \quad (5.9)$$

$$\left( \hat{\mathbf{V}} \cdot \nabla \right) \Theta = \frac{1}{Pe} \nabla^2 \Theta \quad (5.10)$$

Pour ce qui est des équations constitutives sous forme adimensionnelle, elles sont données par :

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \frac{2}{Re_g} \left( \frac{Hb}{\hat{\gamma}} + \hat{\gamma}^{n-1} \right) \hat{\mathbf{D}} \quad ; \quad \hat{\tau}_{II}^{1/2} > \frac{Hb}{Re_g} \quad (5.11)$$

Concernant les conditions aux limites, on suppose, à l'entrée de la zone de chauffage, le profil de température uniforme  $\Theta = 0$  et le régime dynamique établi. Sur l'axe, le gradient de température, le gradient de vitesse et la composante radiale de vitesse sont nuls :  $\frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial \eta} = \frac{v}{U} = 0$ . A la paroi, des conditions de non glissement sont utilisées avec une densité de flux de chaleur constante  $\frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = 1$

A ce niveau, deux cas sont considérés : le premier  $K = Constante$  et le second  $K = K(T)$ .

**Cas non thermodépendant :**  $K = Constante$  L'équation de l'énergie se réduit à :

$$\hat{u} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \frac{1}{Pe} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right) \quad (5.12)$$

avec les conditions limites suivantes :

$$0 \leq \eta \leq 1 \quad ; \quad X = 0 \quad ; \quad \Theta(\eta, X) = 0 \quad (5.13)$$

$$\eta = 0 \quad ; \quad X \geq 0 \quad ; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = 0 \quad (5.14)$$

$$\eta = 1 \quad ; \quad X \geq 0 \quad ; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = 1 \quad (5.15)$$

L'équation (5.12) munie des conditions aux limites peut être résolue par une méthode aux différences finies ou par la méthode de séparation des variables. Au voisinage de la section d'entrée, la couche limite thermique est très fine et moyennant les hypothèses de Lévêque [143], on montre que :

$$\Theta = (\alpha X)^{1/3} H(\tilde{\eta}) \quad (5.16)$$

avec  $\tilde{\eta} = \frac{1-\eta}{(\alpha X)^{1/3}}$  et  $\alpha = \frac{9}{\Pi \varphi_N}$  où  $\varphi_N$  est le gradient pariétal de vitesse adimensionnel pour un fluide Newtonien,  $\Pi$  est le rapport du gradient pariétal de vitesse pour le fluide non-Newtonien rapporté au gradient pariétal de vitesse pour un fluide Newtonien dans les mêmes conditions de débit et  $H(\tilde{\eta})$  vérifie l'équation différentielle :

$$H'' + 3\tilde{\eta}^2 H' - 3\tilde{\eta} H = 0 \quad (5.17)$$

avec  $H'(\tilde{\eta} = 0) = -1$  et  $\lim_{\tilde{\eta} \rightarrow \infty} H = 0$

La solution est donnée par :

$$H(\tilde{\eta}) = \frac{2}{3\Gamma(5/3)} e^{-\tilde{\eta}^3} - \tilde{\eta} \left[ 1 - \frac{2}{\Gamma(5/3)} \int_0^{\tilde{\eta}} \xi e^{-\xi^3} d\xi \right] \quad (5.18)$$

La valeur de  $H(0) = 0,738488$  est utile pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur pariétal.

Le nombre de Nusselt qui caractérise le transfert entre la paroi chauffée et le fluide en mouvement est défini par :

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} = \frac{\phi_p}{\Delta T} \frac{D}{\lambda} \quad (5.19)$$

où  $\Delta T = T_p - T_e$  et  $h$  est le coefficient d'échange convectif local.

Après substitution et tout calcul fait, on montre que :

$$Nu = 2,71 \left( \frac{9X^+}{\Pi\varphi_N} \right)^{-1/3} \quad (5.20)$$

où  $X^+$  est le nombre de Cameron :  $X^+ = \frac{X}{Pe} = \frac{x}{R} \frac{1}{Pe}$ .  $\Pi$  est le rapport entre le gradient de vitesse pariétal pour un fluide de type Herschel-Bulkley et le gradient de vitesse pariétal pour un fluide Newtonien dans les mêmes conditions de débit.

$$\Pi = \frac{1}{4\omega} \frac{m+1}{1-a}$$

La température de paroi est alors donnée par :

$$\Theta_p = \frac{1}{2,71} \left( \frac{9X^+}{\Pi\varphi_N} \right)^{1/3} \quad (5.21)$$

**Cas thermodépendant :**  $K = K(T)$  On a supposé que la thermodépendance du comportement rhéologique du fluide est due à la seule variation de  $K$  avec la température. Il est supposé que  $K(T) = K_0 \exp(-bT)$ . La décroissance de la consistance  $K$  au voisinage des parois chauffées induit un déplacement radial des particules fluides de la zone centrale vers les parois. L'écoulement est alors accéléré au voisinage des parois et décéléré dans la partie centrale de la conduite. Il s'ensuit un aplatissement du profil de vitesse. L'augmentation du gradient pariétal de vitesse peut être caractérisé par le rapport  $\Delta$  défini par :

$$\Delta = \frac{\left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial \eta} \right)_{\eta=1}}{\left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial \eta} \right)_{\eta=1; b=0}} \quad (5.22)$$

En adoptant les hypothèses de lubrification et en reprenant la même démarche que dans le paragraphe précédent, on montre que :

$$Nu = 2,71 \left( \frac{9X^+}{\Delta\Pi\varphi_N} \right)^{-1/3} \quad (5.23)$$

$$\Theta_p = \frac{1}{2,71} \left( \frac{9X^+}{\Delta\Pi\varphi_N} \right)^{1/3} \quad (5.24)$$



Pour la détermination de  $\Delta$ , on suppose que les couches limites thermiques sont suffisamment fines pour que le gradient de pression et donc la contrainte pariétale ne soient pas modifiés. En d'autres termes, cela revient à supposer que l'augmentation du gradient pariétal de vitesse est compensé par la diminution de la viscosité apparente :

$$\Delta \approx \left( \frac{K_{\eta=1; X^+=0}}{K_{\eta=1; X^+}} \right)^{1/n} = \exp \left[ \frac{b}{n} (T_p - T_e) \right] \approx 1 + \frac{b}{n} (T_p - T_e) \quad (5.25)$$

La différence de température  $T_p - T_e$  peut être calculée en utilisant la solution de Lévêque (5.16).

$$\Delta \approx 1 + \frac{Pn}{n} \left( \frac{9X^+}{\Pi\varphi_N} \right)^{1/3} H(0) \quad (5.26)$$

où  $Pn = bR\phi_p/\lambda$  est le nombre de Pearson. Il est intéressant de noter que le caractère thermodépendant du fluide est d'autant plus marqué que le fluide est rhéofluidifiant. Ce résultat a déjà été signalé par Mizushina et al. [86].

On conclut cette partie théorique en donnant, dans la figure 5.2, l'évolution du nombre Nusselt en fonction de  $X^+$  pour différentes valeurs du rapport  $\Pi$  et du nombre de Pearson,  $Pn$ . Cette figure illustre bien le fait que le coefficient de transfert de chaleur est amélioré d'une part par la comportement rhéologique et d'autre part par la thermodépendance. Ce dernier aspect se manifeste d'autant plus que l'on s'éloigne de la section d'entrée.

### 5.1.2 Résultats expérimentaux et comparaison avec la théorie

**Vitesse axiale** Des profils de vitesse axiale ont été mesurés à la sortie de la zone de chauffage pour une solution de Carbopol à 0,1% Moudachirou [89] et Nouar et al. [94]. Ils ont été comparés aux profils obtenus en situation isotherme. La thermodépendance du fluide se manifeste par une augmentation du gradient de vitesse à la paroi. Ceci induit un aplatissement du profil de vitesse (cf. figure 5.3). Il est clair que cet aplatissement est d'autant plus important que le nombre de Pearson est élevé ou que le nombre de Péclet est faible. Afin d'évaluer cet aplatissement, la figure 5.4(a) présente l'évolution de la vitesse sur l'axe rapportée à la vitesse débitante,  $u_c/U$ , à la

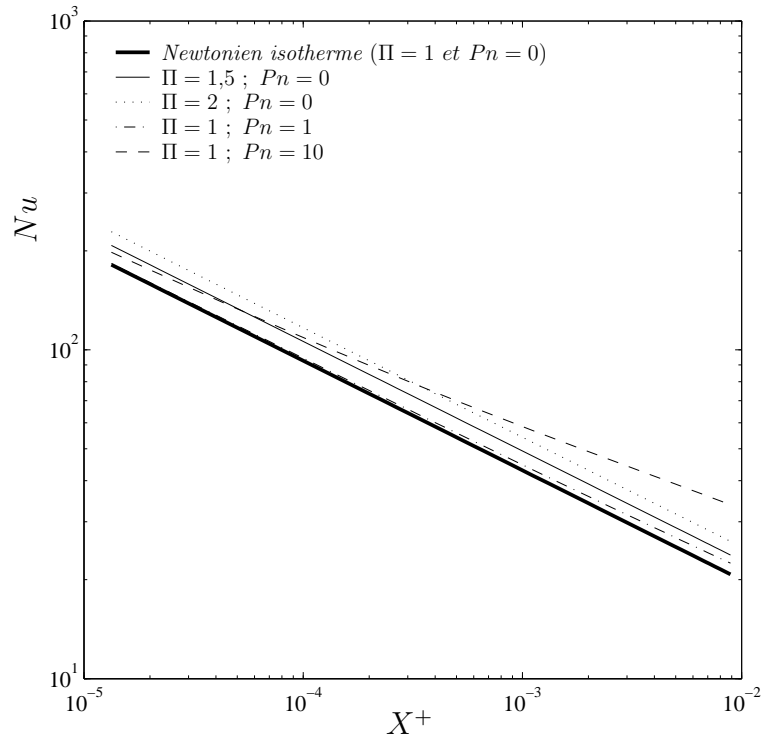


FIG. 5.2 – Evolution du nombre de Nusselt en fonction de  $X^+$  pour différentes valeurs du rapport  $\Delta$  et nombre de Pearson,  $Pn$

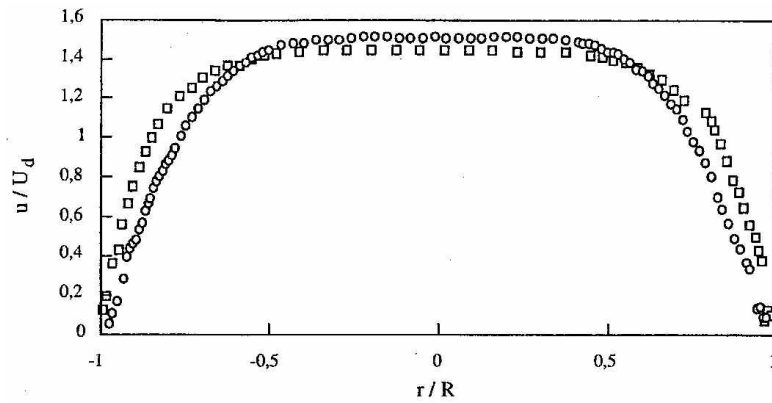


FIG. 5.3 – Effet du chauffage sur le profil de vitesse axiale d'une solution de Carbopol à 0,1% ( $n = 0,5$ ;  $Hb = 1,27$ ):  $\circ \phi_p = 0$  et  $\square \phi_p = 10,2 \text{ kW.m}^{-2}$  d'après Nouar et al. [94]

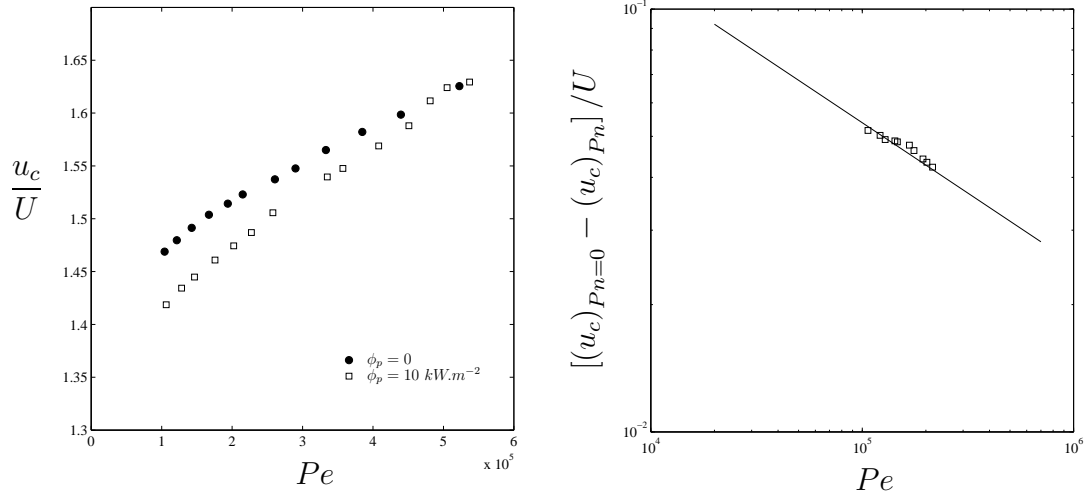


FIG. 5.4 – Evolution de la vitesse sur l'axe : (a)  $u_c/U$  en fonction de  $Pe$  pour  $\phi_p = 0$  et  $\phi_p = 10 \text{ kW.m}^{-2}$  et (b)  $[(u_c)_{Pn=0} - (u_c)_{Pn}]/U$  en fonction de  $Pe$ , pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 16,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 9,2 \text{ Pa.s}^{-n}$ ,  $n = 0,41$  et  $b = 0,009^\circ\text{C}^{-1}$ )

sortie de la veine, en fonction du nombre de Péclet,  $Pe$ , en écoulement avec et sans chauffage. En situation de chauffage, la vitesse sur l'axe est moins importante qu'en situation isotherme (par exemple pour  $Pe = 105000$  ou  $Re_g = 20$ ,  $u_c/U = 1,47$  pour  $\phi_p = 0$  et  $u_c/U = 1,42$  pour  $\phi_p = 10 \text{ kW.m}^{-2}$  soit une variation de 4%). Compte tenu des propriétés de thermodépendance des fluides testés, à partir d'un nombre de Péclet de 400000 (ou  $Re_g = 200$ ), l'aplatissement du profil de vitesse devient négligeable. En fait, lorsque l'on applique une densité de flux de chaleur pariétal, l'écoulement est décéléré dans la zone centrale autour de l'axe (Nouar et al. [97]) :

$$\frac{d\left(\frac{u}{U}\right)}{dX} \propto Pn \left( \frac{9XPe}{\Pi\varphi_N} \right)^{-1/3} \quad (5.27)$$

Cette décélération est d'autant moins importante que le nombre de Péclet est élevé. Sur la figure 5.4(b), on vérifie que :  $[(u_c)_{Pn=0} - (u_c)_{Pn}]/U \propto Pe^{-1/3}$

**Remarque** La décélération de la zone isovitesse n'est pas compatible avec le modèle de Herschel-Bulkley qui suppose un comportement de type solide indéformable.

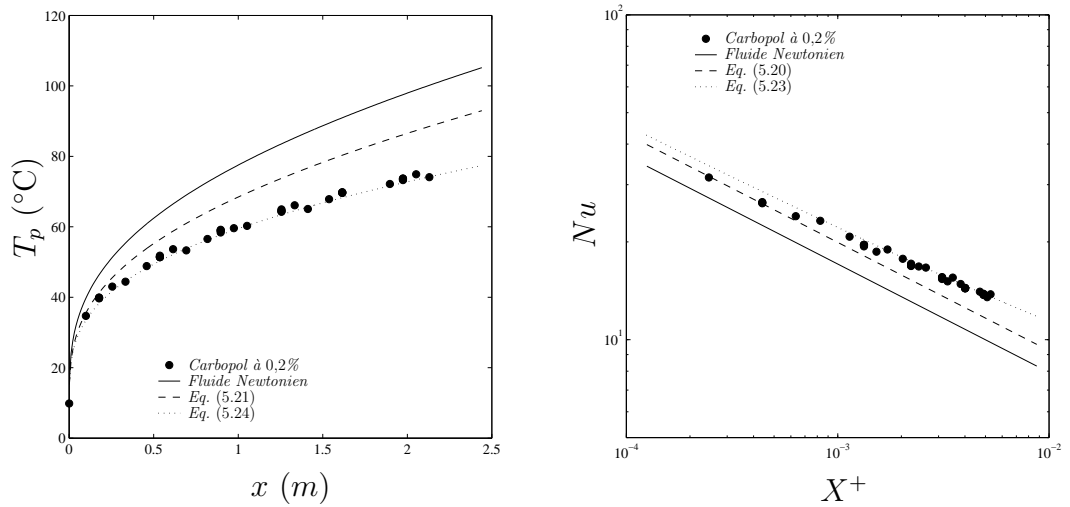


FIG. 5.5 – (a)  $T_p(x)$  et (b)  $Nu(X^+)$  pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 7 \text{ Pa}$ ,  $K = 3,1 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$ ,  $n = 0,45$  et  $b = 0,005^\circ\text{C}^{-1}$ ) en écoulement laminaire dans une conduite cylindrique soumise à une densité de flux de chaleur uniforme ( $Hb = 0,86$ ,  $Re_g = 2$ ,  $Pe = 13400$ ,  $\phi_p = 15,5 \text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}$  et  $Pn = 1,9$ )

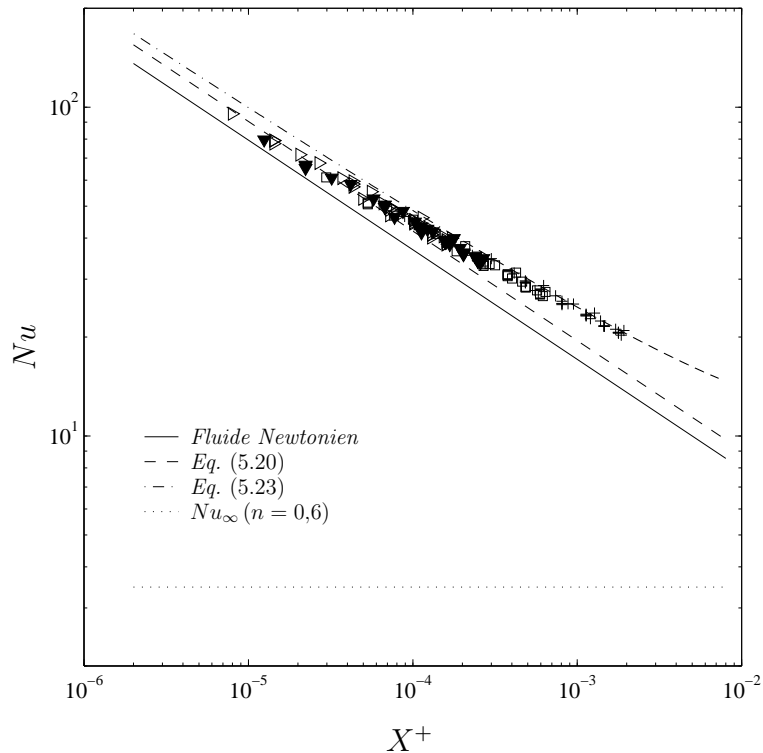


FIG. 5.6 –  $Nu(X^+)$  pour différents débits. Les caractéristiques des écoulements sont données dans le tableau 5.1

**Champ thermique - Coefficient d'échange** Dans les expériences présentées ici, le nombre de Nusselt est donné par :

$$Nu = \frac{\phi_p}{T_p - T_m} \frac{D}{\lambda} \quad (5.28)$$

$T_p$  et  $T_m$  sont respectivement la température de paroi et la température de mélange dans la section considérée. Par un simple bilan, on a :

$$T_m = \frac{2}{R} \frac{\phi_p}{\rho U C_p} x + T_e \quad (5.29)$$

La figure 5.5(a) présente l'évolution de la température de paroi  $T_p$  en fonction de la distance à l'entrée de la zone de chauffage  $x$  pour une solution de Carbopol à 0,2% sous une densité de flux de chaleur  $\phi_p$  uniforme. Les solutions théoriques déduites des relations (5.21) et (5.24) sont également données. La figure 5.5(b) présente l'évolution du nombre de Nusselt,  $Nu$ , en fonction du nombre de Cameron,  $X^+$ . Encore une fois, les solutions théoriques issues des relations (5.20) et (5.23) sont représentées. Pour cette solution de Carbopol à 0,2% dans ces conditions d'écoulement ( $Hb = 0,86$ ,  $Re_g = 2$  et  $Pe = 13400$ ), le caractère non-Newtonien ( $\Pi = 1,58$ ) et les effets de thermodépendance ( $Pn = 1,9$  et  $1,26 < \Delta < 2,7$ ) sont correctement décrits. La figure 5.6 représente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron  $X^+$  pour différents débits. Les caractéristiques des différents écoulements sont données dans le tableau 5.1. La thermodépendance ne se manifeste que pour des valeurs de  $X^+ > 5.10^{-3}$ , donc lorsque la couche limite est suffisamment développée. Lorsque la vitesse augmente, les forces de frottement deviennent plus importantes, le nombre de Herschel-Bulkley et  $a$  diminuent. L'épaisseur de la couche limite thermique,  $\delta_T$ , peut être estimée à partir du profil de température (5.21) par :

$$\frac{\delta_T}{R} = 0,738 \left( \frac{9X^+}{\Pi\varphi_N} \right)^{1/3} \quad (5.30)$$

Les effets de thermodépendance sont également faibles lorsque le débit est important. En effet, l'essai ( $\triangleright$ ) à  $Re_g = 650$  est proche de la solution non thermodépendante (5.20). Finalement, comme  $Pe$  est très élevé, les couches limites sont très fines. A titre d'exemple, pour un nombre de Reynolds  $Re_g = 1000$ , l'épaisseur n'est que de 0,5 mm au bout de la zone de chauffage (à 2,16

	$Hb$	$a$	$Re_g$	$Pe$	$Pr_g$	$\Pi$	$\delta_T/R$
+	0,350	0,143	13	81 863	6212	1,48	0,0842
□	0,222	0,097	77	248 497	3227	1,43	0,0589
▼	0,143	0,065	424	726 468	1713	1,41	0,0413
▷	0,128	0,059	652	951 913	1461	1,40	0,0379

TAB. 5.1 – *Caractéristiques des écoulements et des couches limites thermiques pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 16,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 9,2 \text{ Pa.s}^{-n}$  et  $n = 0,41$ ) dans une conduite cylindrique sous une densité de flux uniforme ( $\phi_p = 21,4 \text{ kW.m}^{-2}$ ) pour les résultats présentés dans la figure 5.6*

$m$  de l'entrée). Pour atteindre le régime thermique complètement développé, il faut  $X^+ = O(1)$  soit une longueur de 1 800  $m$ .

Le domaine de validité des relations précédentes ainsi que nombre de Nusselt en régime thermique établi pour un fluide de type Herschel-Bulkley sont donnés dans l'annexe D.

### 5.1.3 Cas de la conduite annulaire

Les équations qui gouvernent le problème (1.1) à (1.3) sont similaires à celles établies dans le cas de la conduite cylindrique. Concernant les conditions aux limites, on suppose qu'à l'entrée de la zone de chauffage, le profil de température est uniforme  $\Theta = 0$  et le régime dynamique est établi. Les cylindres intérieur et extérieur de rayons  $R_1$  et  $R_2$  sont soumis à une densité de flux de chaleur constante, respectivement  $\phi_{p_1}$  et  $\phi_{p_2}$  (cf. figure 5.7).

Le fluide considéré est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley. Deux cas sont également considérés : le premier  $K = \text{Constante}$  et le second  $K = K(T)$ . Ici, les échelles caractéristiques de longueur et de température sont respectivement  $R_2$  et  $R_2\phi_{p_2}/\lambda$ . Les conditions limites sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \eta_1 \leq \eta \leq 1 & \quad ; \quad X = 0 & \quad ; \quad \Theta = 0 \\ \eta = \eta_1 & \quad ; \quad X \geq 0 & \quad ; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = -\frac{1}{1 - \eta_1} \\ \eta = 1 & \quad ; \quad X \geq 0 & \quad ; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \frac{1}{1 - \eta_1} \end{aligned}$$

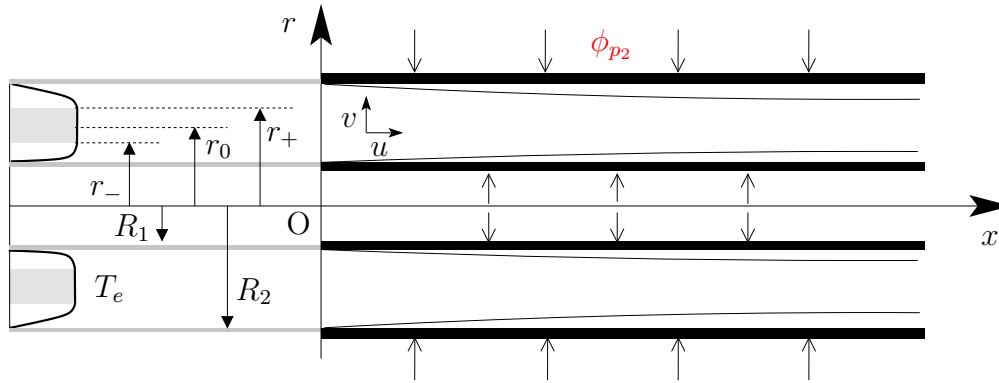


FIG. 5.7 – *Ecoulement isotherme et établi d'un fluide à seuil entrant dans une conduite annulaire soumise à une densité de flux de chaleur uniforme. Développement de la couche limite thermique. Géométrie et système de coordonnées*

Le transfert thermique entre la paroi extérieure chauffée et le fluide dépend du gradient de vitesse à la paroi. Pour un fluide Newtonien, l'évolution du nombre de Nusselt en fonction de  $X^+$  dans la région d'entrée d'une conduite annulaire est donnée par Worsøe-Schmidt [143] :

$$Nu = 1,034 \left[ \frac{X^+}{(1 - \eta_1) \varphi_N} \right]^{-1/3} \quad (5.31)$$

**Cas non thermodépendant :**  $K = Constante$  L'influence de la loi de comportement du fluide est prise en considération en multipliant le nombre de Nusselt  $Nu$  par  $\Pi^{1/3}$ , où  $\Pi$  est le rapport du gradient de vitesse pour le fluide de type Herschel-Bulkley rapporté au gradient de vitesse pour un fluide Newtonien équivalent dans les mêmes conditions de débit.

$$Nu = 1,034 \left[ \frac{X^+}{(1 - \eta_1) \Pi \varphi_N} \right]^{-1/3} \quad (5.32)$$

avec

$$\varphi_N = - \frac{2 \left( 2 + \frac{1-\eta_1}{\ln \eta_1} \right)}{1 + \eta_1^2 + \frac{1-\eta_1^2}{\ln \eta_1}}$$

et

$$\Pi = - \frac{(1 - \Delta - \lambda_0^2)^m (1 - \eta_1^2) \left(1 + \eta_1^2 + \frac{1 - \eta_1^2}{\ln \eta_1}\right)}{Q^* 2 \left(2 + \frac{1 - \eta_1^2}{\ln \eta_1}\right)}$$

Cette méthode a été vérifiée expérimentalement pour des fluides de Ostwald par Tanaka et Mitsuchi [131] et par Joshi et Bergles [63].

**Cas thermodépendant :**  $K = K(T)$  L'augmentation du gradient pariétal de vitesse peut être caractérisé, comme dans le cas de la conduite cylindrique, par le rapport  $\Delta$  défini par (5.22) et déterminé par (5.26). En adoptant les hypothèses de lubrification, on montre que :

$$Nu = 1,034 \left[ \frac{X^+}{(1 - \eta_1) \Delta \Pi \varphi_N} \right]^{-1/3} \quad (5.33)$$

#### 5.1.4 Résultats expérimentaux

**Champ dynamique** Des profils de vitesse avec et sans chauffage pour des solutions de Carbopol ont été obtenus par Lai [71] et Nouar et al. [97]. La thermodépendance du fluide se manifeste également par une augmentation des gradients de vitesse à la paroi. Cela induit un aplatissement du profil de vitesse.

**Champ thermique - Coefficient d'échange** Les parois de la conduite annulaire sont soumises à des densités de flux uniformes  $\phi_{p_1}$  et  $\phi_{p_2}$  respectivement pour la paroi intérieure et extérieure. Dans cette thèse, on s'intéresse uniquement, pour des raisons purement techniques, au transfert entre la paroi extérieure chauffée et le fluide en mouvement, qui est caractérisé par  $Nu_2$  :

$$Nu_2 = \frac{h_2 D_h}{\lambda} = \frac{\phi_{p_2}}{T_{p_2} - T_m} \frac{D_h}{\lambda} \quad (5.34)$$

où  $h_2$  est le coefficient d'échange convectif local,  $D_h = 2(R_2 - R_1)$  est le diamètre hydraulique,  $T_{p_2}$  est la température de paroi du cylindre extérieur dans la section considérée et  $T_m$  est la température de mélange dans la section considérée calculée par le bilan thermique suivant :

$$T_m = \frac{2\pi (\phi_{p_1} R_1 + \phi_{p_2} R_2)}{\rho Q C_p} x + T_e \quad (5.35)$$



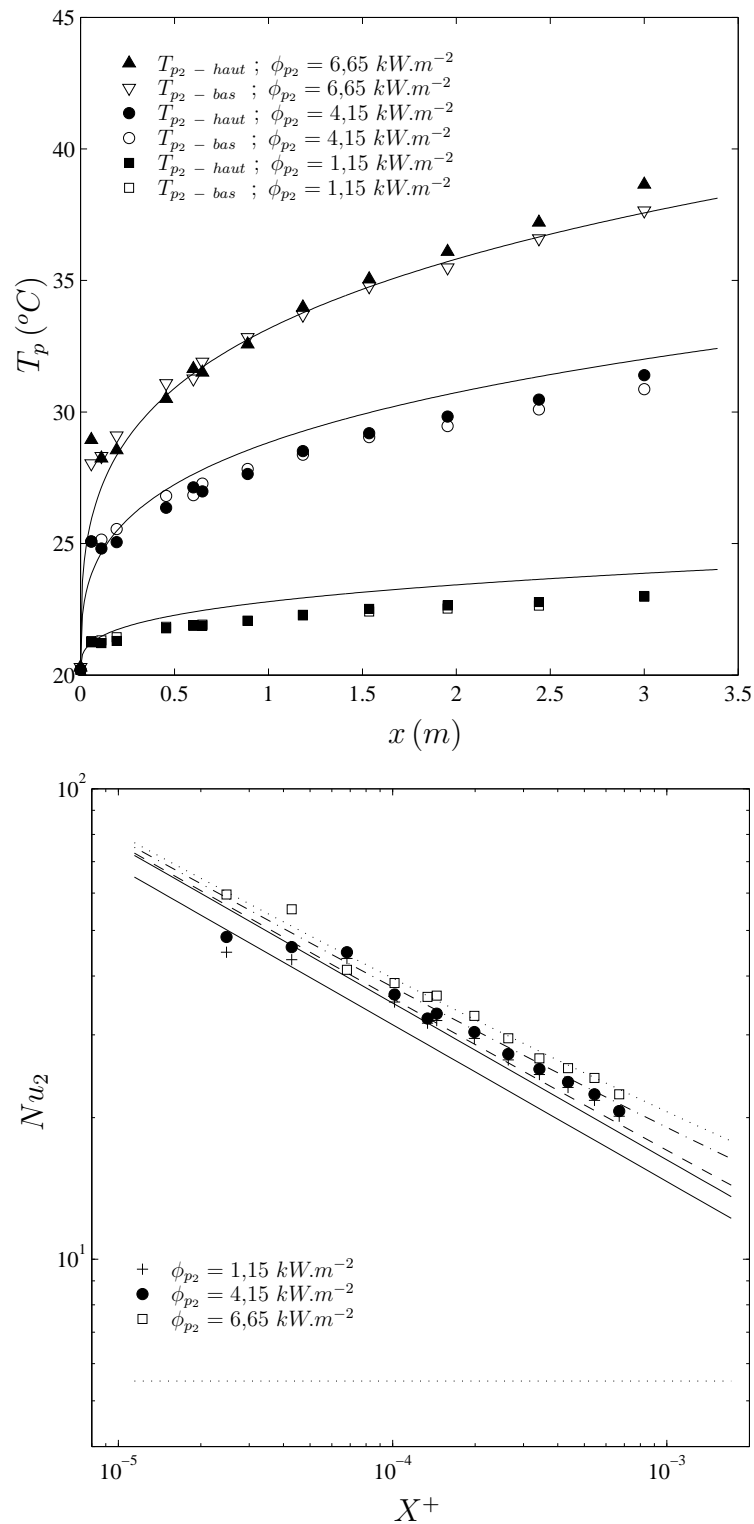


FIG. 5.8 – (a)  $T_p(x)$  et (b)  $Nu_2(X^+)$  pour une solution de Carbopol à 0,2% en écoulement laminaire dans la conduite annulaire

La figure 5.8(a) présente l'évolution de la température de paroi  $T_{p_2}$  en fonction de la distance à l'entrée de la zone de chauffage,  $x$ , pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 10,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 0,85 \text{ Pa.s}^{-n}$ ,  $n = 0,63$  et  $b = 0,019^\circ\text{C}^{-1}$ ) pour trois densités de flux de chaleur  $\phi_{p_2}$  constantes (1,15, 4,15 et  $6,65 \text{ kW.m}^{-2}$ ). La répartition des thermocouples le long du tube permet d'accéder aux mesures des températures de paroi en haut et en bas de la conduite. Les écarts entre la température supérieure et inférieure du tube extérieur n'excèdent pas  $2^\circ\text{C}$  vérifiant ainsi que la convection naturelle peut être négligée. Les évolutions théoriques de  $T_{p_2}(x)$  sont également données. Les solutions théoriques sont en accord avec les résultats expérimentaux, en effet, l'erreur maximale est inférieure à 5%. Ces résultats confirment ceux de Lai [71]. En outre, ce dernier présente des mesures de pertes de charge pour des fluides Newtoniens et non-Newtoniens thermodépendants avec et sans chauffage. La figure 5.8(b) présente l'évolution du nombre de Nusselt,  $Nu_2$ , en fonction du nombre de Cameron,  $X^+$ . Encore une fois, les solutions de Lévêque sont représentées. Les écarts entre les mesures expérimentales et les solutions théoriques ne dépassent pas 5%. Les erreurs observées pour les faibles valeurs de  $X^+$  sont dues aux conditions d'entrée dans la conduite annulaire qui ne permettent d'obtenir un profil de vitesse complètement développé.

## 5.2 Convection thermique en régime transitoire

Dans ce qui suit, on présente les résultats expérimentaux de l'écoulement d'un fluide à seuil dans une conduite cylindrique ou annulaire dont les parois sont chauffées avec une densité de flux de chaleur uniforme. On augmente progressivement le débit (et donc le nombre de Reynolds) jusqu'à l'apparition de la turbulence. L'évolution des températures de paroi et des coefficients d'échange en fonction de la distance à l'entrée et du nombre de Reynolds sont analysées.

### 5.2.1 Cas de la conduite cylindrique

La figure 5.9 montre l'évolution de la température à la paroi en fonction de la distance à l'entrée pour différents nombres de Reynolds. Pour

$Re' \leq 3000$ , les solutions théoriques (5.23) permettent de décrire correctement l'évolution de la température le long de la zone de chauffage. A partir de  $Re' = 3000$ , les résultats expérimentaux s'écartent de la solution théorique laminaire. Pour  $Re' = 5000$  et  $8200$ , la température de paroi (représentée par des lignes en pointillés) est pratiquement constante à partir d'une position axiale de l'ordre de  $10D$ . Une autre façon de représenter les mêmes mesures (sous forme adimensionnelle) est de tracer l'évolution du nombre de Nusselt local,  $Nu$ , en fonction de  $X^+$  (cf. figure 5.10). Sous cette forme, la transition du régime laminaire avec une loi de transfert thermique de type  $Nu \propto (X^+)^{-1/3}$  à une loi de transfert thermique indépendante de  $X^+$  est facilement identifiable. Pour les forts nombres de Prandtl, l'écart entre les températures de paroi et de mélange sont faibles. Ceci explique la forte dispersion des points expérimentaux pour  $Re' = 5000$  et  $8200$ . En observant des profils  $Nu(X^+)$  pour  $Re' = 3200, 3500, 3800$  et  $4100$ , on peut penser que la transition dépend de la distance à l'entrée. Pour clarifier ce point, la figure 5.11 représente l'évolution du nombre de Nusselt local pour les positions :  $X = 36, 72, 108$  et  $144$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re'$  pour deux solutions de Carbopol. Les extensions des solutions théoriques de Lévêque en régime laminaire sont données en fonction de  $Re'$ . A titre de comparaison, on a également représenté une loi inspirée de la loi de Dittus-Boelter [30] :

$$Nu \propto Re'^{0,8} \quad (5.36)$$

Pour chaque position, on relève (i) le nombre de Reynolds  $Re'_L$  à partir duquel les mesures expérimentales quittent la loi de transfert thermique laminaire et (ii) le nombre de Reynolds  $Re'_T$  à partir duquel les mesures évoluent selon une loi turbulente en  $Re'^{0,8}$ . Les résultats sont consignés dans le tableau 5.2. On remarque que le nombre de Reynolds  $Re'_L$  n'évolue pas de façon significative avec la position.

A partir de  $X = 72$ , les résultats expérimentaux indiquent que le régime thermique transitoire s'étend sur une gamme de nombre de Reynolds :  $3000 < Re' < 4000$ . Pour  $X = 36$ , le régime thermique transitoire n'est pas encore complètement établi. Le régime de transfert n'est turbulent que si la couche limite thermique atteint la zone de turbulence. La figure 5.11 présente l'évolution du nombre de Nusselt moyen<sup>4</sup>  $\overline{Nu}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re'$ . Il existe des résultats dans la littérature concernant l'écoulement en régime transitoire pour des fluides Newtoniens. Les résultats expérimentaux

---

4. On considère une moyenne spatiale sur la longueur de la zone de chauffage

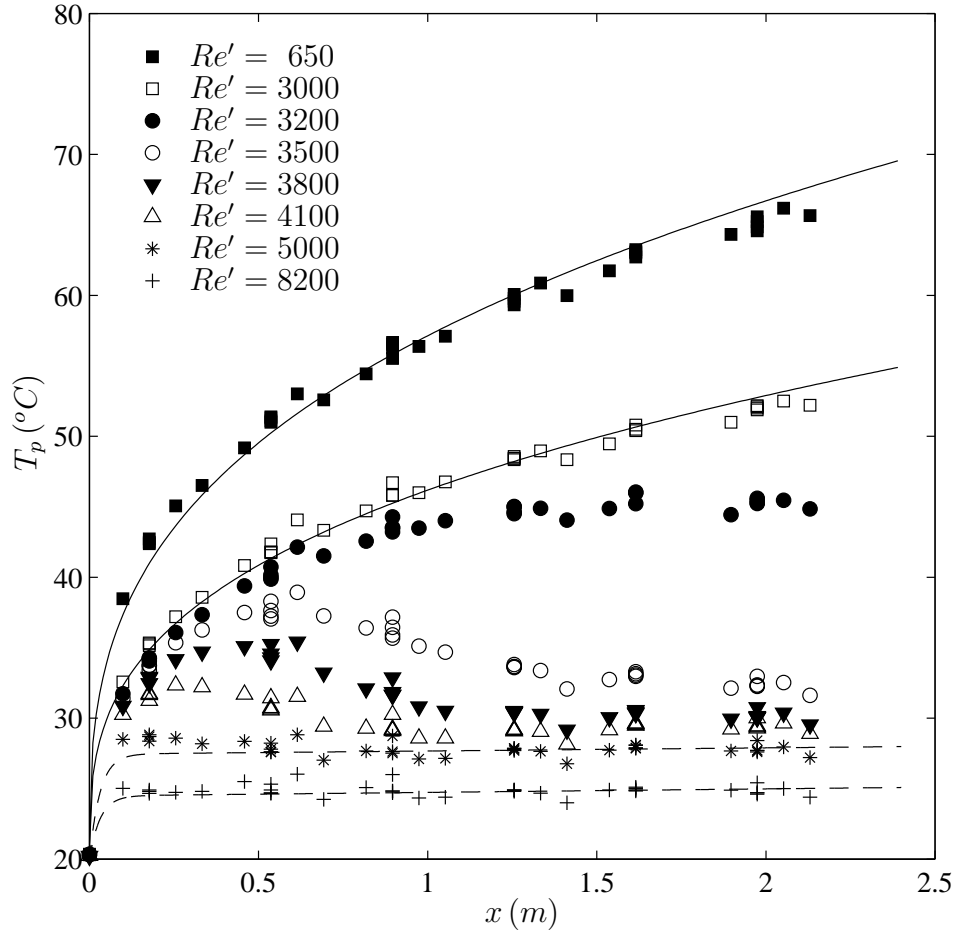


FIG. 5.9 – Evolution de la température de paroi en fonction de la distance à l'entrée pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 1 \text{ Pa}$ ,  $K = 0,53 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,6$ ) en écoulement dans une conduite cylindrique soumise à une densité de flux de chaleur constante ( $\phi_p = 21,3 \text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}$ ) à différents nombres de Reynolds ( $650 < Re' < 8200$ )

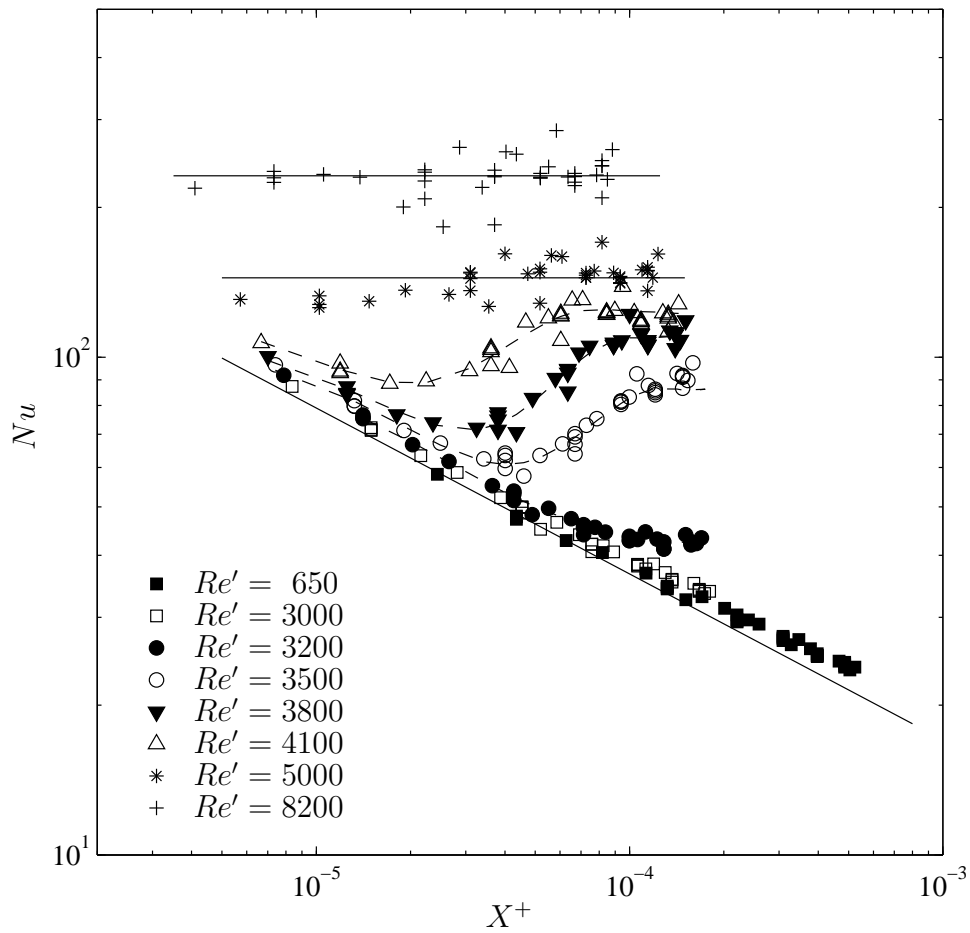


FIG. 5.10 – Evolution du nombre de Nusselt en fonction de  $X^+$  pour une solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 1 \text{ Pa}$ ,  $K = 0,53 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,6$ ) en écoulement dans une conduite cylindrique soumise à une densité de flux de chaleur constante ( $\phi_p = 21,3 \text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}$ ) à différent nombres de Reynolds ( $650 < Re' < 8200$ )

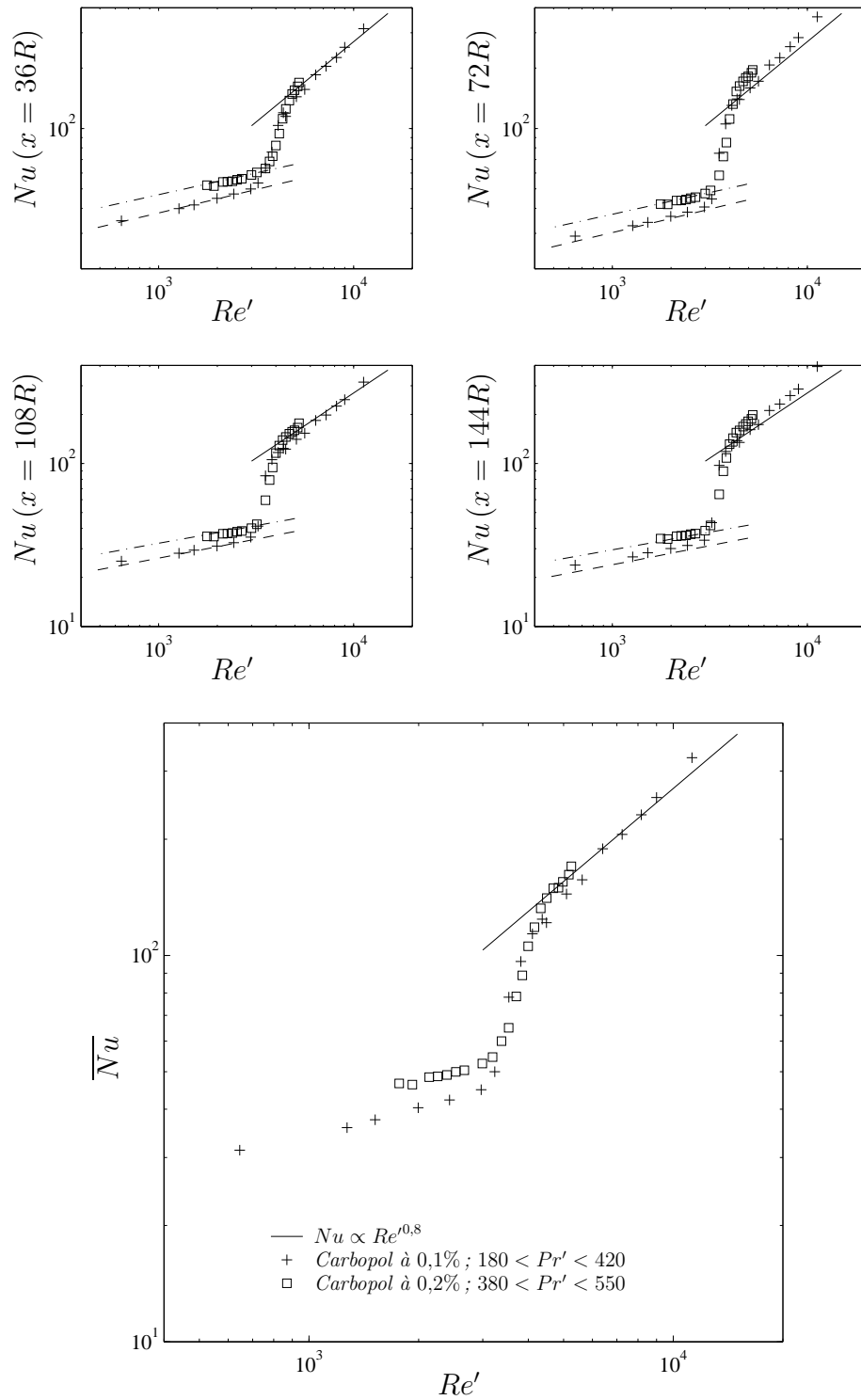


FIG. 5.11 – (a – d)  $Nu(Re')$  pour  $(36 < X < 144)$  et (e)  $\overline{Nu}(Re')$

Symboles	+	□	+	□	+	□	+	□
$X$	36	36	72	72	108	108	144	144
$Re'_{\mathcal{L}}$	3200	3500	3000	3200	3000	3200	3000	3200
$Re'_{\mathcal{T}}$	5100	4700	4000	4300	3800	4000	3800	4000

TAB. 5.2 – Nombres de Reynolds de transition du régime thermique laminaire au régime thermique turbulent. Ces résultats : (+) pour la solution de Carbopol à 0,1% ( $\tau_0 = 1 \text{ Pa}$ ,  $K = 0,53 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,6$ ) et (□) pour la solution de Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 6,3 \text{ Pa}$ ,  $K = 2,37 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$  et  $n = 0,5$ ) sont relatif à la figure 5.11

et numériques donnés par Hui ren et Songling [60] indiquent que le transfert thermique pour des fluides Newtoniens en régime transitoire est plus faible (au moins un ordre de grandeur sur  $\overline{Nu}$ ) et la transition a lieu pour  $2000 < Re < 4800$

La comparaison des nombres de Reynolds critiques de transition thermique avec ceux obtenus en régime dynamique isotherme indique que le nombre de Reynolds critique issu des pertes de charge (2700) est proche de celui obtenu dans les mesures de température (3000). C'est un résultat prévisible puisqu'il s'agit de mesures pariétales. Le nombre de Reynolds correspondant au maximum du taux de fluctuation de la vitesse sur l'axe de la conduite ( $Re' = 3700$ ) correspond quasiment à une phase de transition thermique bien avancée (la fin de la transition thermique correspond à  $Re' = 4000$ ). Ce résultat n'est pas étonnant dans la mesure où l'épaisseur de la couche limite thermique est faible et d'autre part la thermodépendance de la rhéologie n'est pas très forte. Finalement, tout ceci montre que le transfert de chaleur est piloté par la structure de l'écoulement.

### 5.3 Convection thermique en régime turbulent

La décomposition de Reynolds a été appliquée à la vitesse, à la pression et à la température. L'équation de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de la chaleur sont ensuite moyennées. On s'inspire largement de

Bejan [15] où le cas d'un fluide Newtonien est traité. Ainsi,

$$\rho \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) \quad (5.37)$$

$$\rho C_p \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \rho C_p \overline{v'T'} \right) \quad (5.38)$$

$-\rho \overline{u'v'}$  et  $-\rho C_p \overline{v'T'}$  sont des contraintes et des flux supplémentaires issus des équations moyennées. Pour résoudre ces équations, on a besoin d'une fermeture pour la corrélation des vitesses  $-\overline{u'v'}$  et pour  $-\overline{v'T'}$ :

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{la contrainte turbulente} \quad (5.39)$$

$$-\overline{v'T'} = \alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \quad \text{le flux de chaleur turbulent} \quad (5.40)$$

$\nu_t$  et  $\alpha_t$  sont deux propriétés de l'écoulement : la diffusivité de quantité de mouvement turbulente et la diffusivité thermique turbulente.

On peut définir une contrainte totale,  $\tau$ , et un flux total,  $\phi$ , par :

$$\frac{\tau}{\rho} = (\nu + \nu_t) \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (5.41)$$

$$\frac{\phi}{\rho C_p} = (\alpha + \alpha_t) \frac{d\bar{T}}{dy} \quad (5.42)$$

**Modèles de turbulence - Profils de vitesse** Pour déterminer les diffusivités  $\nu_t$  et  $\alpha_t$ , on peut utiliser un modèle de type longueur de mélange :

$$O(u') = O(v') = l_m \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (5.43)$$

Ainsi,

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \geq 0 \quad \text{soit encore} \quad \nu_t^+ = (l_m^+)^2 \left| \frac{du^+}{dy^+} \right| \quad (5.44)$$

La viscosité turbulente est rapportée à la viscosité pariétale et la longueur de mélange est rapportée à  $y_\tau$ . On obtient alors le terme de corrélation des



vitesses, exprimé à partir des variables de paroi :

$$-\frac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2} = \underbrace{(l_m^+)^2 \left| \frac{du^+}{dy^+} \right|}_{\nu_t^+} \frac{du^+}{dy^+} \quad (5.45)$$

La première idée consiste à considérer que la longueur de mélange  $l_m$  varie linéairement avec  $y$ . Pour un fluide Newtonien, on obtient (expérimentalement) :  $l_m = \kappa y$ , où  $\kappa = 0,4$  est la constante de Von Karman

Le modèle précédent n'est pas satisfaisant en pratique. Le modèle le plus connu est celui de Van Driest :

$$l_m^+ = \kappa y^+ \left( 1 - e^{-y^+/A^+} \right) \quad (5.46)$$

En ne considérant que les termes du premier ordre de la relation (??), on arrive à :

$$\frac{y}{R} - 1 - \frac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2} + \frac{du^+}{dy^+} = 0 \quad (5.47)$$

Comme précédemment, on va rester dans la zone à tension totale constante, c'est à dire suffisamment près de la paroi pour négliger  $y/R$  devant 1. Cela n'est pas très restrictif puisque la zone logarithmique est incluse. Dans ces conditions, l'équation gouvernant le profil des vitesses moyennes près de la paroi s'écrit :

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(l_m^+)^2}}{2(l_m^+)^2} \quad (5.48)$$

Des profils de vitesse sont obtenus en intégrant numériquement l'équation (5.48). Les paramètres  $\kappa$  et  $A^+$  sont ajustés par rapport aux résultats expérimentaux du chapitre précédent.

**Profils de température** On définit une température adimensionnelle à l'aide des propriétés de paroi :

$$T^+(y^+) = (T_p - \bar{T}) \frac{\rho C_p u_\tau}{\phi_p} \quad (5.49)$$

La distribution de température s'obtient alors rapidement à partir de la relation (5.42) :

$$\frac{\nu}{\alpha + \nu_t} \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 1 \quad (5.50)$$

En définissant  $Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t}$  et en intégrant d'abord dans la sous-couche visqueuse laminaire (où  $\nu_t$  est négligeable) puis dans le noyau turbulent (où  $\nu_t$  est prépondérant), on arrive à :

$$y^+ < y_I^+ \quad T^+ = Pr_t y^+ \quad (5.51)$$

$$y^+ > y_I^+ \quad T^+ = \frac{Pr_t}{\kappa} \ln \frac{y^+}{y_I^+} + Pr_t y_I^+ \quad (5.52)$$

Pour de l'eau, on trouve expérimentalement  $Pr_t = 0,9$ ,  $\kappa = 0,41$  et  $y_I^+ = 13,2$ . Les résultats expérimentaux de Sofialidis et Prinos [129] sont en accord avec les résultats précédents. Théorie et expériences se confortent mutuellement. Pour ce qui concerne notre installation expérimentale, les profils de température en écoulement turbulent n'ont pas été réalisables pour des raisons techniques. Les vitesses des fluides sont importantes (supérieur à 10 m/s) et l'installation d'un support difficilement envisageable.

**Analogies de transfert de quantité de mouvement et de transfert de chaleur** En considérant le régime turbulent établi, on peut faire l'hypothèse que tous les gradients longitudinaux des vitesses moyennes et des moments caractéristiques sont nuls. L'équation de la chaleur (5.38) devient :

$$\rho C_p \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r\phi)}{\partial r} \quad (5.53)$$

On intègre (5.53) entre 0 et  $r$  et entre 0 et  $R$  :

$$\int_0^r \rho C_p \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} r dr = r\phi \quad (5.54)$$

$$\int_0^R \rho C_p \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} r dr = R\phi_p \quad (5.55)$$

Le rapport des deux équations ci-dessus donne :

$$\frac{\phi}{\phi_p} = \mathcal{N} \left( 1 - \frac{y}{R} \right) \quad \text{avec} \quad \mathcal{N} = \frac{\frac{2}{r^2} \int_0^r \rho C_p \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} r dr}{\frac{2}{R^2} \int_0^R \rho C_p \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} r dr} \quad (5.56)$$

On considère une densité de flux de chaleur uniforme, donc  $\phi$  est indépendante de  $x$ . Le gradient de température longitudinal est indépendant de  $r$ .

$$\mathcal{N} = \frac{\frac{2}{r^2} \int_0^r \rho C_p \bar{u} r dr}{\frac{2}{R^2} \int_0^R \rho C_p \bar{u} r dr} \quad (5.57)$$

Il s'agit du rapport entre  $\bar{u}$  sur une section de rayon  $r$  et  $\bar{u}$  sur la section du noyau turbulent. En fait, puisque l'épaisseur de la couche visqueuse est très fine (la sous-couche laminaire est au moins deux ordres de grandeur plus fine que le rayon de la conduite). Ainsi, une approximation consiste à prendre :  $\mathcal{N} \cong 1$  et donc :

$$\frac{\phi}{\phi_p} \cong 1 - \frac{y}{R} \quad (5.58)$$

Donc, la densité de flux a une distribution similaire à celle de la contrainte, c'est à dire linéaire depuis la paroi jusque l'axe. Cette observation est le point de départ de l'analyse qui lie le nombre de Stanton,  $St$ , au coefficient de frottement  $f$ . En effet,

$$\frac{\tau}{\tau_p} = 1 - \frac{y}{R} \quad (5.59)$$

En divisant (5.59) par (5.58) et en utilisant les définitions (5.41) et (5.42), on arrive à :

$$\frac{\nu + \nu_t}{\tau_p} d\bar{u} = \frac{C_p (\alpha + \alpha_t)}{\phi_p} d\bar{T} \quad (5.60)$$

Maintenant, on imagine que la section de la conduite est composée de deux régions distinctes : (i) une région annulaire près de la paroi ( $0 < y < y_I$ ) où  $\nu \gg \nu_t$  et  $\alpha \gg \alpha_t$  et (ii) un disque au centre ( $y_I < y < R$ ) où  $\nu \ll \nu_t$  et  $\alpha \ll \alpha_t$ . En intégrant la relation (5.60) depuis  $y = 0$  jusque  $y = y_I$ , en négligeant  $\nu_t$  et  $\alpha_t$ , on obtient :

$$\frac{\nu}{\tau_p} \bar{u}_I = \frac{C_p \alpha}{\phi_p} (\bar{T}_I - T_0) \quad (5.61)$$

où  $\bar{u}_I$  et  $\bar{T}_I$  sont les moyennes à  $y = y_I$ . Ensuite, on intègre la relation (5.60) entre  $y = y_I$  et  $y = y_m$  où  $y_m$  est choisi de telle sorte que  $\bar{T}(y_m)$  soit égale à la température moyenne  $\bar{T}_m$  et  $\bar{u}(y_m)$  est approximativement  $U$ , le résultat de la seconde intégration est :

$$\frac{\nu_t}{\tau_p} (U - \bar{u}_I) = \frac{C_p \alpha_t}{\phi_p} (\bar{T}_m - \bar{T}_I) \quad (5.62)$$

En éliminant  $\overline{T}_I$  des équations (5.61) et (5.62), en utilisant la définition du coefficient de frottement ( $\tau_p = \rho u_\tau^2$ ), le fait que  $h(T_p - \overline{T}_m) = \phi_p$  et la définition du nombre de Stanton  $St$ , on trouve :

$$St = \frac{Nu}{RePr} = \frac{f/2}{Pr_t + (\overline{u}_I/U)(Pr - Pr_t)} \quad (5.63)$$

Une simplification de cette relation est la corrélation de Chilton-Colburn :

$$StPr^{2/3} \cong \frac{f}{2} \quad (5.64)$$

Elle a été validée expérimentalement pour des écoulements de Blasius (sur une plaque plane pour des fluides Newtoniens  $0,6 < Pr < 60$ ). En considérant un raisonnement empirique, Dittus et Boelter (1930) [30] ont proposé une corrélation (pour les fluides Newtoniens) qui est très utilisée en transfert thermique :

$$Nu = 0,0243Re^{0,8}Pr^{0,4} \quad (5.65)$$

Sa validité est reconnue pour  $0,7 < Pr < 160$  et  $Re > 10^4$ . On peut noter que la relation de Colburn (5.63) est proche de la corrélation de Dittus-Boelter (5.65) si  $f \propto Re^{-0,2}$  (c'est l'approximation de Blasius).

Clapp [25] a mené une étude théorique et expérimentale pour des fluides de Ostwald. Les valeurs expérimentales qu'il a déterminées pour des nombres de Reynolds variant entre 5100 et 27000 sont toutes supérieures à celles prévues par l'étude thermique. En revanche, ses résultats sont assez bien corrélés par une formule de Chilton-Colburn modifiée :

$$Nu = 0,023(9350)^{0,8(1-\frac{1}{n})}Re'^{\frac{0,8}{n}}Pr'^{0,4} \quad (5.66)$$

pour  $Re'$  compris entre 8000 et 15000. D'autres modèles turbulents visant à déterminer des lois de transfert pour des fluides non-Newtoniens ont été testés par Wangskarn et Ghorashi [139] (pour des fluides de Ostwald) puis par Kawase et Moo-Young [66] (pour des fluides de Bingham). Malheureusement, la différence entre les modèles et les données expérimentales peut atteindre, selon les auteurs, de 20 à 40%.

Yoo [146], constatant que le nombre de Nusselt pour ces fluides purement visqueux est plus élevé que pour un fluide Newtonien à même nombre de Reynolds généralisé ( $Re'$ ), propose de corréler ces résultats et ceux alors disponibles par :

$$St = 0,0152Re_p^{-0,155}Pr_p^{-2/3} \quad (5.67)$$

où  $Re_p$  et  $Pr_p$  sont le nombre de Reynolds et le nombre de Prandtl basés sur la viscosité de paroi. Ceci a été validé sur plusieurs fluides pour des nombres de Reynolds de 3000 à 90000.

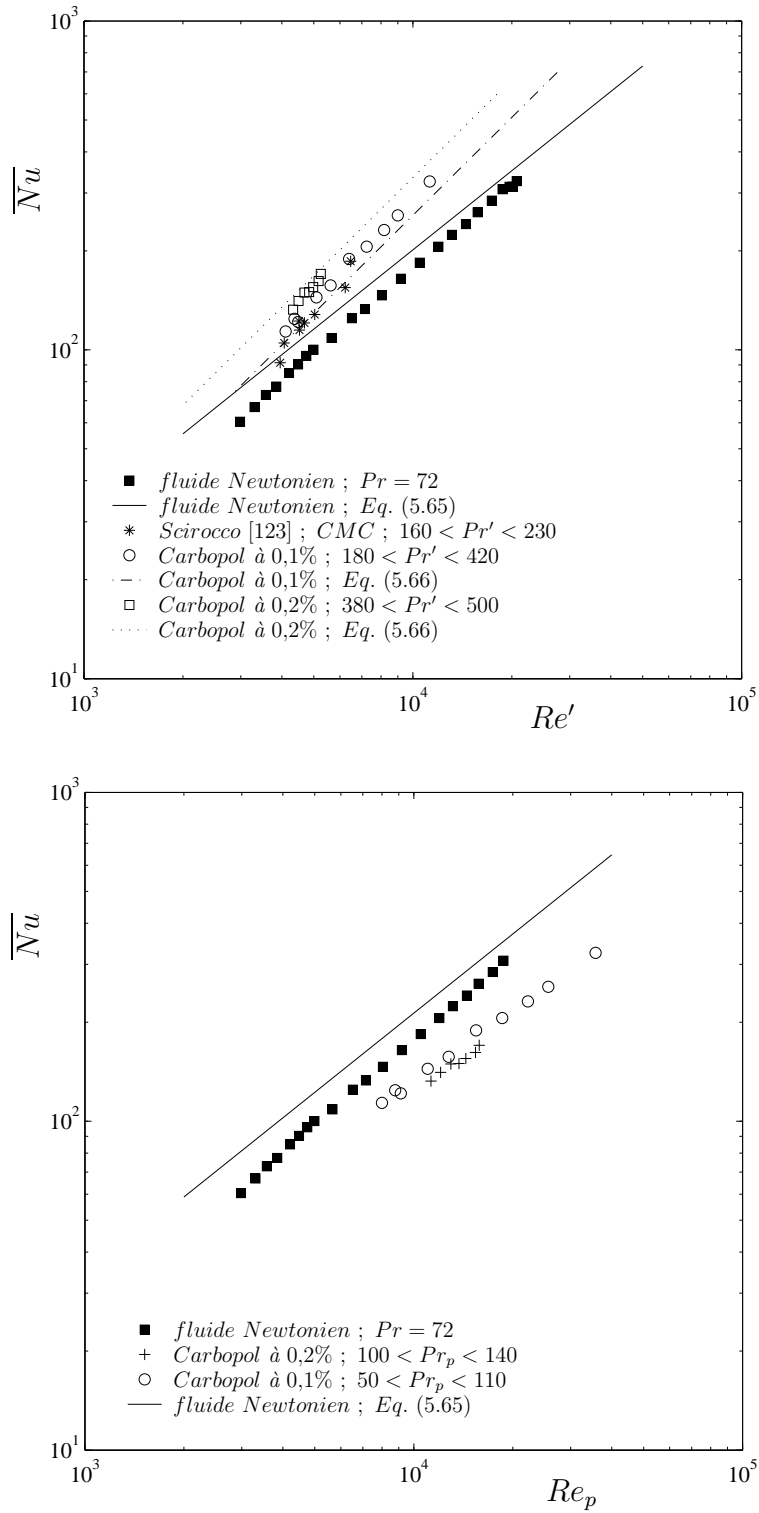
Finalement, il existe quelques résultats pour le transfert thermique en convection forcée en écoulement turbulent pour des non-Newtoniens purement visqueux. Il apparaît des grosses différences selon les auteurs. Dans ce qui suit, des résultats supplémentaires sont présentés et comparés à ceux précédemment cités. Les résultats sont exposés en fonction de  $Re'$  et  $Re_p$  de manière à déterminer la meilleure représentation et ainsi l'influence de la rhéofluidification sur le transfert thermique. Enfin, le coefficient de diffusion turbulente  $Pr_t$  est estimé afin de déterminer la distribution de température.

### 5.3.1 Cas de la conduite cylindrique

La figure 5.12(a) présente l'évolution du nombre de Nusselt  $\overline{Nu}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re'$  pour un fluide Newtonien (une solution de CMC à 1% de viscosité 12  $mPa.s$ ), un fluide de Ostwald (CMC  $n \approx 0,8$  d'après Scirocco [123]), et deux fluides de Herschel-Bulkley: (i) Carbopol à 0,1% ( $\tau_0 = 1 Pa$ ,  $K = 0,53 Pa.s^{-n}$  et  $n = 0,6$ ) et (ii) Carbopol à 0,2% ( $\tau_0 = 6,3 Pa$ ,  $K = 2,37 Pa.s^{-n}$  et  $n = 0,5$ ) en écoulement turbulent dans une conduite cylindrique sous une densité de flux de chaleur uniforme ( $\phi_p = 21,3 kW.m^{-2}$ ). Le fait que (i) les résultats pour le fluide Newtonien sont en accord avec la corrélation de Dittus-Boelter (5.65) (l'erreur maximum est de 20% et est probablement due à des pertes thermiques) et (ii) les résultats pour les fluides rhéofluidifiants ( $n = 0,5$  et  $n = 0,6$ ) sont cohérents avec ceux de Scirocco [123] (fluide rhéofluidifiant  $n \approx 0,8$ ) qualifie nos mesures. Les corrélations de Clapp [25] (où le nombre de Prandtl généralisé  $Pr'$  est recalculé pour chaque  $Re'$ ) décrivent qualitativement nos mesures. Comme l'a remarqué Yoo [146], pour  $Re'$  donné, le nombre de Nusselt pour des fluides purement visqueux est plus élevé que pour des fluides Newtoniens.

La figure 5.12(b) présente l'évolution du nombre de Nusselt  $\overline{Nu}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_p$  basé sur la viscosité pariétale. Evidemment, pour les fluides rhéofluidifiants, les nombres de Reynolds basés sur la viscosité de paroi sont bien plus importants que les  $Re'$  correspondants. Bien que l'on observe une augmentation du nombre de Nusselt avec le caractère non-Newtonien (l'indice  $n$ ), il est difficile de distinguer l'influence des paramètres rhéologiques du nombre de Prandtl.

Afin de s'extraire de l'effet du nombre de Prandtl, la figure 5.13 présente

FIG. 5.12 – Comparaison entre (a)  $\overline{Nu}(Re')$  (b)  $\overline{Nu}(Re_p)$

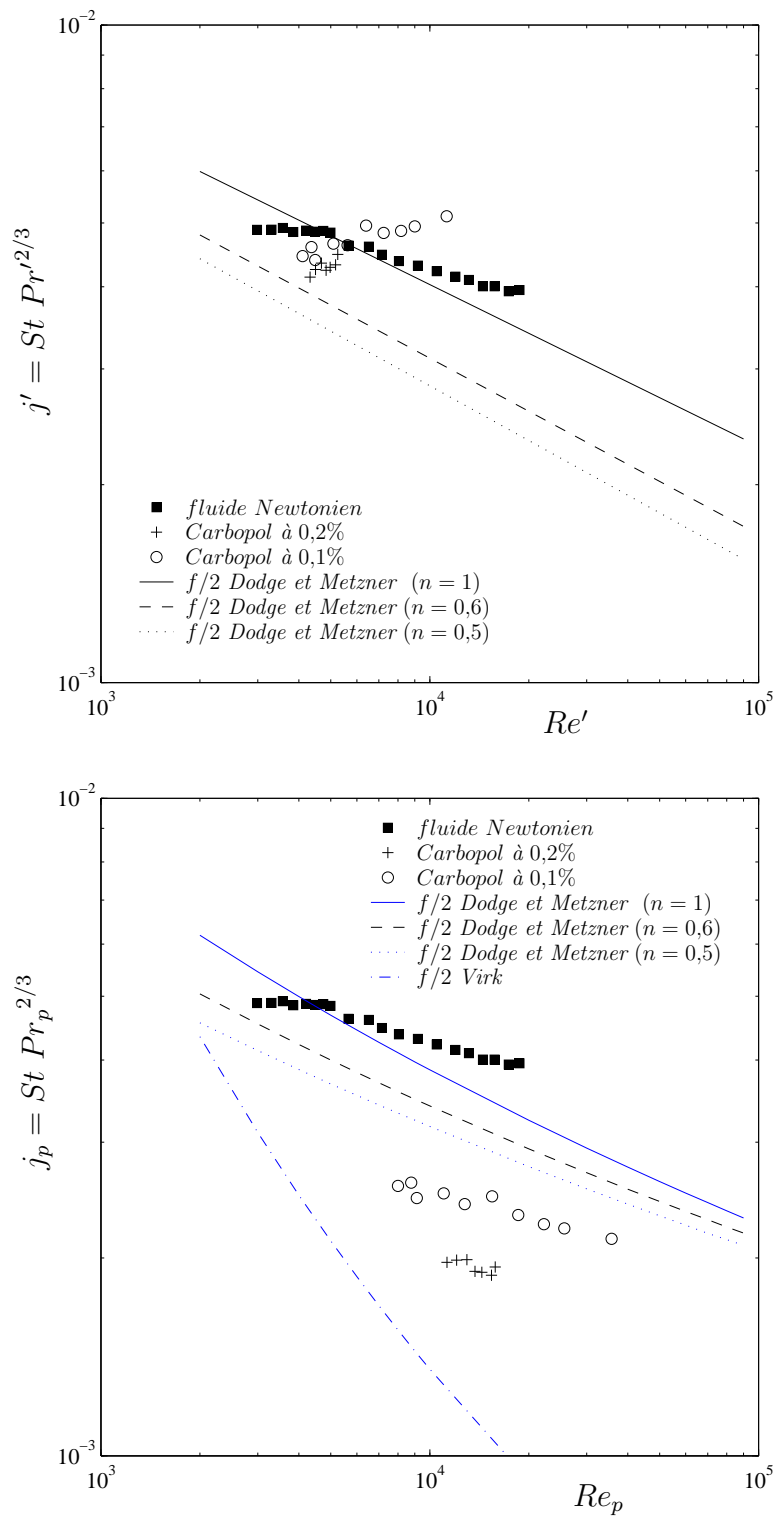


FIG. 5.13 – Comparaison entre (a)  $St Pr^{2/3}(Re')$  et (b)  $St Pr_p^{2/3}(Re_p)$

l'évolution de  $StPr^{2/3}$  en fonction du nombre de Reynolds. La corrélation de Chilton-Culburn (5.64) n'est pas valable. La figure 5.13(a) présente  $StPr^{2/3}$  en fonction de  $Re'$  et la figure 5.13(b) présente l'évolution du nombre de Stanton  $StPr_p^{2/3}$  en fonction de  $Re_p$ . A titre d'indication, les lois de Dodge et Metzner (4.9) (avec  $n = 1, 0,6$  et  $0,5$ ) et de Virk (4.10) sont représentés. Ces courbes semblent indiquer que la représentation en terme de  $Re_p$  est plus pertinente. Malheureusement, les données disponibles ne permettent pas de déterminer quantitativement l'analogie. Cependant, il apparaît que le transfert thermique en régime turbulent est très largement réduit. On peut penser que les effets viscoélastiques jouent un rôle important.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a étudié la convection thermique en régime laminaire, transitoire et turbulent pour un fluide de Herschel-Bulkley. Dans le premier régime, il a été montré que dans la région d'entrée thermique, une simple extension de la solution de Lévêque peut rendre compte des résultats expérimentaux obtenus. Il convient surtout de retenir que les épaisseurs de couche limite thermique sont très faibles. Aussi, pour nos conditions de travail, la thermodépendance de la rhéologie n'a aucun effet sur les conditions de transition.

En régime transitoire, les résultats expérimentaux montrent que le nombre de Nusselt s'écarte progressivement de la solution laminaire, lorsque le nombre de Reynolds augmente. La gamme des nombres de Reynolds sur laquelle s'effectue la transition est similaire à celle déterminée en situation isotherme.

En régime turbulent, les évolutions du nombre de Nusselt moyen  $\overline{Nu}$  sont représentées en fonction de  $Re_p$  et en fonction de  $Re'$ . Les résultats expérimentaux de  $\overline{Nu}(Re_p)$  est inférieur au cas Newtonien. Finalement, il est montré que l'analogie de Chilton-Colburn ne peut pas s'appliquer pour les fluides utilisés.



## Conclusion générale

Dans cette thèse, on a étudié expérimentalement l'écoulement et le transfert thermique d'un fluide à seuil dans une conduite (cylindrique ou annulaire), dans les régimes laminaire, transitoire et turbulent. Le fluide à seuil testé est une solution de Carbopol (neutralisée) dont le comportement (en cisaillement simple) est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley. Afin de mettre en évidence l'influence de la contrainte seuil, on présente, pour comparaison, des résultats pour un fluide rhéofluidifiant (une solution de CMC) et pour un fluide Newtonien (un sirop de glucose).

Les résultats expérimentaux en terme de pression, vitesse et température sont comparés entre eux et analysés afin de dégager des conclusions répondant aux objectifs présentés dans l'introduction. Celles-ci sont ici listées en traitant successivement le cas du régime laminaire, transitoire et turbulent.

En régime laminaire :

- La structure de l'écoulement (laminaire et isotherme) d'un fluide à seuil est bien connue. La rhéologie en cisaillement simple du fluide à seuil utilisé est décrite par le modèle de Herschel-Bulkley. La résolution des équations de conservation, en tenant compte de ce modèle, permet de déterminer la dimension de la zone isovitesse, le profil de vitesse et la contrainte pariétale. Cette thèse présente, dans le chapitre 2, des résultats expérimentaux validant à nouveau ce modèle.
- En régime laminaire, le transfert thermique dans la région d'entrée d'une conduite est bien décrit par les extensions de la solution de Lévêque (Nouar et al. [94, 95, 97]). Ces extensions, qui prennent en compte le caractère non-Newtonien et la thermodépendance du fluide, sont validées par des résultats expérimentaux.

Le régime laminaire est bien vérifié, on examine ensuite les conditions de transition vers l'état turbulent.

- D'un point de vue phénoménologique, les critères déterminant un nombre

de Reynolds de transition ont été étendus au cas des fluides de type Herschel-Bukley en écoulement dans une conduite cylindrique et annulaire. Ces résultats sont présentés sous forme de diagrammes. Il apparaît que seul le critère de Hanks [54] satisfait les considérations théoriques d'après Nouar et Frigaard [100]. Les résultats expérimentaux présentés dans cette thèse valident les critères de Hanks [54] ou Ryan et Johnson [119] et Mishra et Tripathi [85] pour une conduite cylindrique. Les critères phénoménologiques ne sont pas validés dans le cas d'une conduite annulaire. Finalement, on peut retenir des essais expérimentaux que le nombre de Reynolds critique peut se mettre sous la forme  $(1 - a)^{n'} Re' = 2200$ . Ceci s'interprète en considérant l'effet de la contrainte seuil comme une réduction de l'espace.

- D'un point de vue expérimental, une serie de méthodes (3) sont présentés pour déteminer le nombre de Reynolds critique. (1) les mesures de perte de charge (on considère le nombre de Reynolds de transition à partir duquel les résultats expérimentaux s'écartent de la loi théorique), (2) la mesure de la vitesse moyenne (temporelle) sur l'axe ou encore (3) la mesure du taux de fluctuation sur l'axe. Pour un même fluide, le nombre de Reynolds de transition donné par l'analyse du taux de fluctuation sur l'axe est inférieur au nombre de Reynolds de transition donné par les mesures de perte de charge (mesures moyennes et pariétales).
- D'un point de vue des mécanismes de transition, au début de la transition, l'évolution du profil de vitesse axiale ainsi que l'évolution du taux de fluctuation de la vitesse axiale montrent que les instabilités sont confinées dans une zone annulaire près de la paroi pour le fluide à seuil testé. Cette zone annulaire, instable au début de la transition, correspond (d'après l'analyse spectral) à une zone "à basses fréquences". On peut considérer qu'il s'agit de perturbations issus de la paroi qui n'ont pas une énergie suffisante pour "cassé" la zone isovitesse. Ceci est consistant avec les résultats de Vallette [137] qui obtient lors de la transition turbulent-laminaire le maintien des structures à basses fréquences avant l'établissement d'un régime purement laminaire.

Dans les suivantes étapes de la transition, des bouffées de turbulence sont observés, détruisant ainsi la zone isovitesse. On a montré que la variation de vitesse entre la phase laminaire et la phase turbulente dépend du caractère non-Newtonien des fluides utilisés. Finalement, à ce niveau, les mécanismes de transition sont très proche de ceux pour

un fluide Newtonien.

- Concernant le transfert thermique, les mesures de température indiquent clairement comment la transition dynamique laminaire-turbulent gouverne le transfert thermique. Le changement de régime par intermittences s'observe également sur les mesures de température.

Les expériences en régime turbulent consistent en la détermination des lois de perte de charge, la détermination de la distribution statistique de la vitesse et la détermination des lois de transfert thermique.

- Les mesures de perte de charge et les mesures vitesse sont comparées aux lois de Dodge et Metzner. Ainsi, les fluides utilisés sont réducteur de frottement avec une coefficient de réduction de frottement de 30%. En régime turbulent, il n'y a pas de différence majeures entre l'écoulement du fluide à seuil et l'écoulement du fluide rhéofluidifiant.
- Les résultats présentés dans ce rapport donnent l'évolution du coefficient de transfert thermique en fonction du nombre de Reynolds généralisé et en fonction du nombre de Reynolds basé sur la viscosité de paroi. Suivant la représentation, on observe une augmentation ou une réduction du transfert avec le caractère non-Newtonien du fluide. Les lois de transfert thermique sont fortement influencés par le fort nombre de Prandtl de ces fluides. Les analogies de Chilton-Colburn pour le transfert thermique ne sont pas valables. Finalement, on recommande d'utiliser le nombre de Reynolds basé sur la viscosité de paroi pour décrire l'écoulement et le transfert thermique en régime turbulent d'un fluide rhéofluidifiant ou à seuil.



## Annexe A

# Mise sous forme adimensionnelle du modèle de Herschel-Bulkley

Le modèle de Herschel-Bulkley en situation unidimensionnelle dans un système de coordonnées cylindrique s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad ; \quad |\tau| \leq \tau_0 \quad (\text{A.1})$$

$$\tau = \operatorname{sgn} \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right) \tau_0 + \operatorname{sgn} \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right) K \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^n \quad ; \quad |\tau| > \tau_0 \quad (\text{A.2})$$

où  $\tau_0$  la contrainte seuil,  $K$  la consistance,  $n$  l'indice de structure et  $\operatorname{sgn}$  est la fonction signe.

En utilisant le critère de Von Mises, les équations constitutives pour le modèle de Herschel-Bulkley sont données par :

$$\mathbf{D} = 0 \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} \leq \tau_0 \quad (\text{A.3})$$

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \left[ \frac{\tau_0}{\sqrt{4D_{II}}} + \frac{K}{(\sqrt{4D_{II}})^{1-n}} \right] \mathbf{D} \quad ; \quad \tau_{II}^{1/2} > \tau_0 \quad (\text{A.4})$$

où  $\mathbf{D}$  est le tenseur des taux de déformations,  $\boldsymbol{\tau}$  le tenseur des contraintes. Les scalaires  $D_{II} = \frac{1}{2} (\operatorname{tr} \mathbf{D}^2)$  et  $\tau_{II} = \frac{1}{2} (\operatorname{tr} \boldsymbol{\tau}^2)$  sont les seconds invariants des tenseurs  $\mathbf{D}$  et  $\boldsymbol{\tau}$ , respectivement.  $\mathbf{D}$  est défini par  $\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T]$  où

$\mathbf{V} = (v, u)^T$  est le vecteur vitesse. Il est naturel de considérer le rayon  $R$ , la vitesse débitante  $U$  et  $\rho U^2$ , comme échelles caractéristiques de longueur, de vitesse et de pression/contrainte respectivement. Les équations constitutives sous forme adimensionnelle deviennent :

$$\hat{\mathbf{D}} = 0 \quad ; \quad \hat{\tau}_{II}^{1/2} \leq \frac{Hb}{Re_g} \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{\tau} = \frac{2}{Re_g} \left( \frac{Hb}{\hat{\gamma}} + \hat{\gamma}^{n-1} \right) \hat{\mathbf{D}} \quad ; \quad \hat{\tau}_{II}^{1/2} > \frac{Hb}{Re_g} \quad (\text{A.6})$$

avec  $\hat{\gamma}$  est le gradient adimensionnel. Les nombres adimensionnels de Reynolds généralisé  $Re_g$  et de Herschel-Bulkley  $Hb$  sont définis par :

$$Re_g = \frac{\rho U^{2-n} R^n}{K} \quad ; \quad Hb = \frac{\tau_0 R^n}{K U^n} \quad (\text{A.7})$$

Remarque : si  $n = 1$ , on retrouve le cas d'un fluide de Bingham. Si  $\tau_0 = 0$ , on retrouve le cas d'un fluide de Ostwald.

## Annexe B

# Détermination du nombre de Reynolds de Metzner et Reed

Une définition d'un nombre de Reynolds applicable pour tous les fluides quelque soit la géométrie est souhaitable afin de comparer les résultats avec ceux de la littérature : par exemple, Metzner et Reed [81], Hanks [51, 52]. La définition du nombre de Reynolds retenue est celle basé sur les travaux de Metzner et Reed [81] et Kozicki et al. [70].

En considérant l'écoulement en régime établi d'un fluide non élastique dans une conduite de section circulaire, on montre que la contrainte de cisaillement,  $\tau$ , varie linéairement de zéro sur l'axe jusqu'à  $\tau_p$  à la paroi :

$$R\tau = r\tau_p \quad (\text{B.1})$$

En écrivant la définition du débit volumique que l'on intègre par partie et que l'on combine avec la relation précédente, on arrive à :

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (\text{B.2})$$

C'est la relation de Rabinowitsch où  $f(\tau) = -du/dr$  est la loi rhéologique du fluide. Cette relation générale entre la perte de pression et le débit volumique peut également s'écrire sous une autre forme après dérivation :

$$\left( -\frac{du}{dr} \right)_p = \tau_p \frac{d(8U/D)}{d\tau_p} + 3 \left( \frac{8U}{D} \right) \quad (\text{B.3})$$

En introduisant des différentielles de logarithmes, on arrive à l'expression de Rabinowitsch-Mooney :

$$f(\tau_p) = - \left( \frac{du}{dr} \right)_p = \left( \frac{8U}{D} \right) \frac{d[\ln(8U/D)]}{d[\ln(\tau_p)]} + 3 \left( \frac{8U}{D} \right) \quad (\text{B.4})$$

Koziki et al. [70] indiquent que cette relation peut être généralisée à des conduites de section quelconques (annulaires, rectangulaires, triangles, ...). On définit alors :

$$\tau_A = \frac{1}{c} \oint_c \tau_p ds \quad (\text{B.5})$$

où  $c$  est la circonférence de la conduite,  $s$  la section. Les relations (B.3) et (B.4) deviennent :

$$f(\tau_A) = a\tau_A \frac{d(2U/R_h)}{d\tau_A} + b \left( \frac{2U}{R_h} \right) \quad (\text{B.6})$$

où  $R_h$  est un rayon hydraulique<sup>1</sup> et  $(a, b)$  sont deux paramètres géométriques pouvant être évalués en considérant le cas d'un fluide Newtonien. La relation précédente peut être intégrée et on obtient :

$$\frac{2U}{R_h} = \frac{\tau_A^{-b/a}}{a} \int_{\tau_0}^{\tau_A} \tau^{b/a-1} f(\tau) d\tau \quad (\text{B.7})$$

La vitesse maximale est donnée par :

$$\frac{u_{max}}{R_h} = \frac{1}{a\tau_A} \int_0^{\tau_A} f(\tau) d\tau \quad (\text{B.8})$$

A partir de (B.7) et (B.8), on détermine les paramètres géométriques  $a$  et  $b$  en considérant le cas d'un fluide Newtonien.

Metzner et Reed [81] ont étendu la définition du coefficient de frottement de Fanning,  $f$ , définissant ainsi le nombre de Reynolds  $Re'$  :

$$f = \frac{2\tau_p}{\rho U^2} = \frac{16}{Re'} \quad (\text{B.9})$$

---

1. Dans le cas d'une conduite cylindrique ce rayon hydraulique  $R_h$  est égal à  $R/2$



La relation (B.6) implique que  $\tau_p$  est une fonction unique de la quantité  $8U/D$ . Par conséquent, on peut postuler que :

$$\tau_p = k' \left( \frac{8U}{D} \right)^{n'} \quad (\text{B.10})$$

Ainsi :

$$Re' = \frac{\rho U^{2-n'} D^{n'}}{8^{n'-1} k'} \quad (\text{B.11})$$

avec  $n'$  et  $k'$  définis par :

$$n' = \frac{d[\ln(\tau_p)]}{d[\ln(8U/D)]} \quad (\text{B.12})$$

et

$$k' = \tau_p \left( \frac{8U}{D} \right)^{-n'} \quad (\text{B.13})$$

La relation (B.4) permet de définir explicitement  $n'$  et  $k'$  :

$$n' = \frac{\int_{\tau_0}^{\tau_A} \tau^{b/a-1} f(\tau) d\tau}{\tau_A^{b/a} f(\tau_A) - \frac{b}{a} \int_{\tau_0}^{\tau_A} \tau^{b/a-1} f(\tau) d\tau} \quad (\text{B.14})$$

$$k' = a^{n'} \tau_A^{bn'/a+1} \left[ \int_0^{\tau_A} \tau^{b/a-1} f(\tau) d\tau \right]^{-n'} \quad (\text{B.15})$$

L'analyse du cas d'un fluide Newtonien en utilisant les relations (B.7) et (B.8) permet d'obtenir les paramètres géométriques  $a$  et  $b$  :

– Conduite cylindrique :

$$a = \frac{1}{4} \quad b = \frac{3}{4} \quad (\text{B.16})$$

– Canal plan :

$$a = \frac{1}{2} \quad b = 1 \quad (\text{B.17})$$

– Conduite annulaire :

$$a + b = \frac{(1 - \eta_1)^2}{1 + \eta_1^2 - \frac{1 - \eta_1}{\ln 1/\eta_1}} \quad (\text{B.18})$$

$$b = \frac{(1 - \eta_1)^2}{4 \left[ 1 - \frac{1 - \eta_1^2}{2 \ln 1/\eta_1} \left( 1 - \ln \frac{1 - \eta_1^2}{2 \ln 1/\eta_1} \right) \right]} \quad (\text{B.19})$$

où  $\eta_1$  est le rapport d'aspect. Par exemple, pour  $\eta_1 = 0,421$  :  $a = 0,490$  et  $b = 0,992$

**Application :** Dans une conduite cylindrique, les expressions de  $k'$  et  $n'$  pour différents modèles sont :

– Pour un fluide de Oswald :

$$n' = n \quad (\text{B.20})$$

$$k' = k \left( \frac{3n + 1}{4n} \right)^{n'} \quad (\text{B.21})$$

– Pour un fluide de Bingham :

$$n' = 1 - \frac{4 \tau_0}{3 \tau_p} \quad (\text{B.22})$$

$$k' = \tau_p K^{n'} \left\{ \tau_p \left[ 1 - \frac{4}{3} \left( \frac{\tau_0}{\tau_p} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^4 \right] \right\}^{-n'} \quad (\text{B.23})$$

– Pour un fluide de Herschel-Bulkley :

$$n' = \frac{(1 - a) + \frac{2a(1-a)(1+m)}{2+m} + \frac{(1-a)^2(1+m)}{3+m}}{m + 1 - 3(1 - a) \left[ a^2 + \frac{2a(1-a)(1+m)}{2+m} + \frac{(1-a)^2(1+m)}{3+m} \right]} \quad (\text{B.24})$$

$$k' = \left( \frac{k^m}{4} \right)^{n'} \left( \frac{\tau_0}{a} \right)^{1-n'm} \left\{ (1 - a)^{1+m} \left[ 1 + \frac{2(1-a)(1+m)}{a(2+m)} + \frac{(1-a)^2(m+1)}{a^2(3+m)} \right] \right\}^{-n'} \quad (\text{B.25})$$

On vérifie bien que  $n'$  et  $k'$  se simplifie pour retrouver les résultats obtenus pour les lois de Oswald, Bingham et Newton.

## Annexe C

# Equation de transport de l'énergie cinétique turbulente

Ces calculs s'inspirent de Pinho [112]. L'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente peut s'obtenir de deux façons différentes : (i) en écrivant, d'abord, l'équation qui gouverne les contraintes de Reynolds  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$  ou (ii) en considérant l'équation initiale de Navier-Stokes régissant le mouvement moyen et fluctuant :

$$\rho \frac{\partial (\overline{u}_i + u'_i)}{\partial t} + \rho (\overline{u}_k + u'_k) \frac{\partial (\overline{u}_i + u'_i)}{\partial x_k} = - \frac{\partial (\overline{p} + p')}{\partial x_i} + \frac{\partial [2 (\overline{\mu} + \mu') (\overline{D}_{ij} + D'_{ij})]}{\partial x_k} \quad (\text{C.1})$$

et l'équation moyennée du mouvement moyen pour la même  $i$ -ème composante que l'on multiplie par la vitesse instantannée  $(\overline{u}_i + u'_i)$  :

$$\rho (\overline{u}_i + u'_i) \left[ \frac{\partial (\overline{u}_i + u'_i)}{\partial t} + \rho (\overline{u}_k + u'_k) \frac{\partial (\overline{u}_i + u'_i)}{\partial x_k} \right] = (\overline{u}_i + u'_i) \left( - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) + (\overline{u}_i + u'_i) \frac{\partial}{\partial x_k} [2 (\overline{\mu} + \mu') (\overline{D}_{ij} + D'_{ij})] \quad (\text{C.2})$$

On soustrait (C.1) à (C.2), le résultat est moyenné, on arrive à :

$$\overline{\rho u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial t}} + \overline{\rho \overline{u}_k u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} + \overline{\rho u'_i u'_k \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_k}} + \overline{\rho u'_i u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} = - \overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_i}} + 2 \overline{u'_i \frac{\partial (\overline{\mu} D'_{ik} + \mu' \overline{D}_{ik} + \mu' D'_{ik})}{\partial x_k}} \quad (\text{C.3})$$

Ensuite, on introduit l'énergie cinétique turbulente  $\bar{k}$ . D'après la symétrie de  $D'_{ij}$  et  $\overline{u'_i u'_j}$ , on a les expressions générales suivantes :

$$D'_{ij} A_{ij} = \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} A_{ij}$$

$$\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} = \overline{u'_i u'_k} \overline{D_{ik}}$$

De plus,

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i \bar{\mu} D'_{ik}}) = \overline{u'_i \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\mu} D'_{ik})} + \overline{\bar{\mu} D'_{ik} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}}$$

$$\overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_i}} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u'_i p'}) - \overline{p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u'_i p'})$$

Finalement, on arrive à :

$$\frac{\partial (\rho \bar{k})}{\partial t} + \overline{u_k \frac{\partial (\rho \bar{k})}{\partial x_k}} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \overline{D_{ij}} - 2\overline{\bar{\mu} D_{ij}^2} - 2\overline{\mu' D'_{ij}} \overline{D_{ij}} - 2\overline{\mu' D_{ij}^2}$$

$$- \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u'_i u'_i u'_k}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u'_i p'}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\overline{\bar{\mu} u'_i D'_{ij}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\overline{\mu' u'_i} \overline{D_{ij}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\overline{\mu' u'_i D'_{ij}})$$

(C.4)

## Annexe D

# Domaine de validité des solutions de Lévêque et transfert thermique en régime thermique établi

### D.1 Cas de la conduite cylindrique

#### D.1.1 Domaine de validité

Les extensions de la solution de Lévêque (5.20), (5.23) et (5.33) ne sont valables que dans la zone d'entrée thermique ( $X^+ < X_1^+$ ). Pour une position axiale donnée, l'épaisseur de la couche limite thermique diminue lorsque le gradient pariétal augmente (5.30). En fait, tous les profils de vitesse ayant même gradient pariétal et même débit ont le même coefficient de transfert de chaleur. Une façon simple de déterminer  $X_1^+$  est de considérer un profil plat ( $u = u_{max}$ ) au centre de la conduite et une évolution linéaire de la vitesse au voisinage de la paroi. Après calculs, on obtient pour un fluide non thermo-dépendant :

$$X_1 = O\left(\frac{(u_{max}/U)^3}{\Pi^2 \varphi_N^2}\right)$$

Les effets des paramètres rhéologiques sont contenus dans  $\Pi$ . Pour des valeurs typiques de nos expériences, on arrive à  $X_1^+ \approx 10^{-2}$ .

### D.1.2 Transfert thermique en régime thermique établi

En régime thermique établi, d'après Nouar et al. [95], la résolution analytique de l'équation de conservation de l'énergie pour un fluide de Herschel-Bulkley (dont les propriétés rhéologiques ne dépendent pas de la température) conduit à l'expression suivante du nombre de Nusselt :

$$Nu_\infty = \frac{8\alpha^2}{1 + 16\beta(1-a)^{-2(1-m)}} \quad (\text{D.1})$$

$$\text{où } \alpha = 1 - 2 \left[ \frac{(1-a)^2}{m+3} + \frac{a(1-a)}{m+2} \right] \text{ et } \beta = \frac{(m+a+4)(1-a)^{2m+5}}{(m+2)(m+3)(m+4)(m+5)} + \frac{(2m+a+5)(1-a)^{2m+5}}{2(m+2)^2(m+3)(2m+5)} + \frac{(1-a)^{2m+6}}{(m+2)^2(m+3)^2} + \frac{1}{(m+2)^2(m+3)^2} \sum_{l=0}^{2m+5} C_{2m+6}^l (-a)^l (1-a)^{2m+6-l} + \frac{a^{2m+6}}{(m+2)^2(m+3)^2} \log(a) - \frac{(m^2+2am+7m+2a^2+6a+12)(1-a)^{2m+4}}{(m+2)(m+3)(m+4)(m+5)}$$

L'évolution de  $Nu_\infty$  en fonction du nombre de Herschel-Bulkley  $Hb$  est donnée par la figure D.1. Pour un fluide Newtonien,  $Nu_\infty = 3,66$ .

## D.2 Cas de la conduite annulaire

### D.2.1 Transfert thermique en régime thermique établi

$$Nu_\infty = \frac{2(1-\eta_1)^2(1-\eta_1)}{\frac{1-3\eta_1^2}{4} - \frac{\eta_1^4 \log \eta_1}{1-3\eta_1^2}} \quad (\text{D.2})$$

Par exemple; si  $\eta_1 = 0,417$  alors  $Nu_\infty = 5,51$

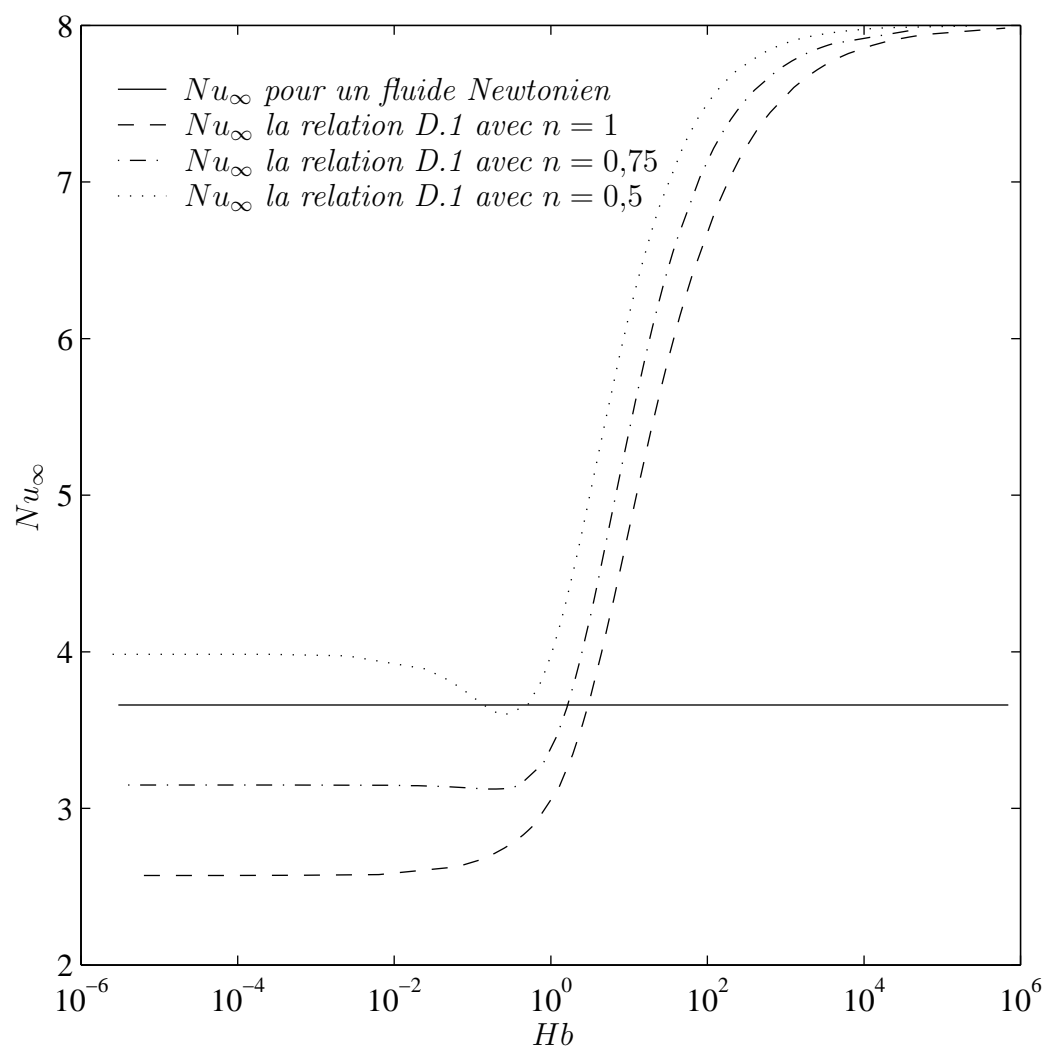


FIG. D.1 – Evolution du nombre de Nusselt en régime thermique établi  $Nu_\infty$  en fonction du nombre de Herschel-Bulkley  $Hb$  pour  $n = 0,5, 0,75$  et  $1$





## Bibliographie

- [1] M. A. Abbas, C. T. Crowe, Experimental study of the flow properties of a homogeneous slurry near transitional Reynolds numbers, *Int. J. Multiphase Flow*, 13(3) (1987) 457-364
- [2] P. Abry, Ondelettes et turbulence. Multirésolution, Algorithmes de décomposition, invariance d'échelle et signaux de pression. Diderot, 1997
- [3] H.-E. Albrecht, M. Borys, N. Dasnaschke, C. Tropra, *Laser Doppler and phase Doppler measurement techniques*, Springer, 2002
- [4] N. J. Alderman, G. H. Meeten, J. D. Sherwood, Vane rheometry of bentonite gels, *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, 39 (1991) 291-310
- [5] M. A. M. Al Khatib, S. D. R. Wilson, The development of Poiseuille flow of a yield-stress fluid, *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, 100 (2001) 1-8
- [6] M. Allouche, I. A. Frigaard, G. Sona, Static wall layers in the displacement of two visco-plastic fluids in a plane channel, *J. Fluid Mech.*, 424 (2000) 243-277
- [7] C. Bailly, G. Comte-Bellot, *Turbulence*, CNRS Editions, 2003
- [8] P. R. Bandyopadhyay, Aspects of the equilibrium puff in a transitional pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 163 (1986) 439-458
- [9] C. Baravian, D. Quemada, Using instrumental inertia in controlled stress rheometry, *Rheol. Acta*, 37 (1998) 223-233
- [10] C. Baravian, D. Quemada, Correction of inertia effects in controlled stress rheometry, *Eur. Phys. J.*, 2 (1998) 189-195
- [11] H. A. Barnes, J. F. Hutton, K. Walters, *An introduction to Rheology*, Elsevier, Amsterdam, 1989
- [12] H. A. Barnes, The yield stress - a review or 'παντα ρει' - everything flows?, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 81 (1999) 133-178
- [13] H. A. Barnes, Q. D. Nguyen, Rotating vane rheometry - a review, *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, 98 (2001) 1-14.

- [14] L. Baudonnet, P. Michaud, J.-L. Grossiord, F. Rodriguez, Influence du mode opératoire sur les caractéristiques rhéologiques des gels de Carbopols. *Les cahiers de Rhéologie*. 18(1) (2001) 33-44
- [15] A. Bejan, *Convection heat transfer*, Wiley, 1984
- [16] R. B. Bird, G. C. Dai, The rheology and flow of viscoplastic materials, *Reviews in Chemical Engineering*, 1(1) (1983) 1-70
- [17] R. B. Bird, O. Hassager, *Dynamics of polymeric liquids, Volume 1, Fluid Mechanics*, Wiley, 1987
- [18] L. Bloncc, Linear stability of Giesekus fluid in Poiseuille flow, *Maechanics Research Communication*, 24(2) (1997) 223-228
- [19] S. Bottin, Structures cohérentes et transition vers la turbulence par intermittence spacio-temporelle dans l'écoulement de Couette plan, Thèse de Doctorat de l'Université de Paris XI Orsay, 1998
- [20] F. Brand, J. Peixinho, C. Nouar, A quantitative investigation of the laminar-turbulent transition : application to efficient mud cleaning. A new reengineered spacer family, SPE 71375, 2001
- [21] B. Cabane, S. Hénon, *Liquides, Solution, dispersions, émulsions, gels*, Belin, 2003
- [22] Y. I. Cho, J. P. Hartnett, Non-Newtonian fluids in circular pipe flow, *Advance in heat transfer*, 15 (1982) 59-141
- [23] E. B. Christiansen, H. E. Lemmon, Entrance region flow, *A. I. Ch. E. J.*, 11 (1965) 995-999
- [24] S. Y. Chung, G. H. Rhee, H. J. Sung, Direct numerical simulation of turbulent concentric annular pipe flow. Part. 1 : Flow field, *International Journal of Heat and Fluid Flow* (2002) 426-440
- [25] R. M. Clapp, Turbulent heat transfert in pseudoplastic non-Newtonian fluids, in "international developments in heat transfer" D211, ASME, New York, (1963) 652
- [26] P. Coussot, A. I. Leonov, J. M. Piau, Rheology of concentrated dispersed systems in a low molecular weight matrix, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 46 (1993) 179-217
- [27] D. O. A. Cruz, F. T. Pinho, Turbulent pipe flow predictions with a low Reynolds number  $k - \varepsilon$  model for drag reducing fluids, *J. Non-Newtonien Fluid Mech.*, 114 (2003) 109-148
- [28] A. G. Darbyshire, T. Mullin, Transition to turbulence in constant-mass-flux pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 289 (1995) 83-114

- [29] J. M. J. den Toonder, F. T. M. Nieuwstadt, Reynolds number effects in a turbulent pipe flow for low to moderate  $Re$ , *Phys. Fluids*, 9(11) (1997) 3398-3409
- [30] F. W. Dittus, L. M. K. Boetler, Heat transfer in automobile radiators of tubular type, *Univ. Calif. Pub. Eng.*, 13 (1930) 443
- [31] D. W. Dodge, A. B. Metzner, Turbulent flow of non-Newtonian systems, *A. I. Ch. E. J.*, 5 (1959) 189-204
- [32] A. A. Draad, G. D. C. Kuiken, F. T. M. Nieuwstadt, Laminar-turbulent transition in a pipe flow for Newtonian and non-Newtonian fluids, *J. Fluid Mech.*, 377 (1998) 267-312
- [33] P. G. Drazin, W. H. Reid, *Hydrodynamic Stability*, Cambridge University Press, 1995
- [34] F. Durst, A. Melling, J. H. Whitelaw, *Principles and practice of laser Doppler anemometry*, Academic Press, 1976
- [35] F. Durst, J. Jovanović, J. Sender, LDA measurements in the near-wall region of a turbulent pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 295 (1995) 305-335
- [36] J. G. M. Eggels, F. Unger, M. H. Weiss, J. Westerweel, R. J. Adrian, R. Friedrich, F. T. M. Nieuwstadt, Fully developed turbulent pipe flow: a comparison between direct numerical simulation and experiment, *J. Fluid Mech.*, 268 (1994) 175-209
- [37] A. El Karkri, Contribution à l'étude de la structure de l'écoulement pariétal sur plaque comparaison entre fluides Newtoniens et non-Newtoniens, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1985
- [38] M. P. Escudier, I. W. Gouldson, D. M. Jones, Flow of shear-thinning fluids in a concentric annulus, *Experiments in Fluids*, 18 (1995) 225-238
- [39] M. P. Escudier, F. Presti, Pipe flow of a thixotropic liquid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 62 (1996) 291-306
- [40] M. P. Escudier, F. Presti, S. Smith, Drag reduction in the turbulent pipe flow of polymers, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 81 (1999) 197-213
- [41] M. P. Escudier, I. W. Gouldson, A. S. Pereira, F. T. Pinho, R. J. Poole, On the reproducibility of the rheology of shear-thinning liquids, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 97 (2001) 99-124
- [42] S. Eliahou, A. Tumin, I. Wygnansky, Laminar-turbulent transition in Poiseuille pipe flow subjected to periodic perturbation emanating from the wall, *J. Fluid Mech.*, 361 (1998) 333-349

- [43] B. F. Z. Fagla, Etudes thermomécaniques expérimentales de suspensions "solides-liquides" Newtoniennes et non-Newtoniennes en écoulement dans une conduite horizontale, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002
- [44] E. J. Fordham, S. H. Bittleston, M. A. Tehrani, Viscoplastic Flow in Centered Annuli, Pipes, and Slots, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 30 (1991) 517-524
- [45] G. Forrest, W. L. Wilkinson, Laminar heat transfer to temperature-dependant Bingham fluids in tubes, *Int. J. Heat Mass Transfert*, 16 (1973) 2377-2391
- [46] I. A. Frigaard, S. D. Howison, I. J. Sobey, On the stability flow of a Bingham fluid, *J. Fluid Mech.*, 263 (1994) 133-150
- [47] I. A. Frigaard, C. Nouar, On three-dimensional linear stability of Poiseuille flow of Bingham fluids, *Physics of fluids*, 15(10) (2003) 2843-2851
- [48] G. B. Froishteter, G. V. Vinogradov, The laminar flow of plastic disperse systems in circular tubes, *Rheol. Acta*, 19 (1980) 239-250
- [49] İ. H. Gücüyener, T. Mehmetoğlu, Characterization of flow regime in concentric annuli and pipes for yield-pseudoplastic fluids, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 16 (1996) 45-60
- [50] R. W. Hanks, E. B. Christiansen, The laminar-turbulent transition in nonisothermal flow of pseudoplastic fluids in tubes, *A. I. Ch. E. J.*, 8(4) (1962) 467-471
- [51] R. W. Hanks, The laminar-turbulent transition for fluids with a yield stress, *A. I. Ch. E. J.*, 9(1) (1963) 306-309
- [52] R. W. Hanks, The laminar-turbulent transition for flow in pipes, concentric annuli, and parallel plates, *A. I. Ch. E. J.*, 9(3) (1963) 45-48
- [53] R. W. Hanks, D. R. Pratt, On the flow of Bingham plastic slurries in pipe and between parallel plates, *Society of Petroleum Engineers Journal*, 7 (1967) 342-346
- [54] R. W. Hanks, A theory of laminar flow stability, *A. I. Ch. E. J.*, 15(1) (1969) 25-28
- [55] R. W. Hanks, W. F. Bonner, Transitional flow phenomena in concentric annuli, *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 10(1) (1971) 105-113
- [56] R. W. Hanks, B. L. Ricks, Laminar-turbulent transition in flow of pseudoplastic fluids with yield stresses, *J. Hydronautics*, 8(4) (1974) 163-166
- [57] R. W. Hanks, Critical Reynolds numbers for Newtonian flow in concentric annuli, *A. I. Ch. E. J.*, 26(1) (1980) 152-154

- [58] R. W. Hanks, J. M. Peterson, Complex transitional flows in concentric annuli, *A. I. Ch. E. J.*, 28(5) (1982) 800-806
- [59] B. O. A. Hedström, Flow of plastics materials in pipes, *Ind. Eng. Chem.*, 44(3) (1952) 651-656
- [60] Z. Huiren, L. Songling, Numerical simulation of transitional flow and heat transfert in smooth pipe, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34(10) (1991) 2475-2482
- [61] P. R. Johnston, Axial conduction and the Graetz problem for a Bingham plastic in laminar tube flow, *Int. J. of Heat Mass Transfer*, 34 (1990) 1209-1217
- [62] O. C. Jones, J. C. M. Leung, An improvement in the calculation of turbulent friction in smooth concentric annuli, *Journal of Fluids Engineering*, 103 (1981) 615-623
- [63] S. Joshi, A. E. Bergles, Experimental study of laminar heat transfer to in-tube flow of non-Newtonian fluids, *J. Heat Transfer (Trans. ASME)* 102 (1980) 397-401
- [64] D. D. Joseph, S. Carmi, Stability of Poiseuille flow in pipes, annuli and channels, *Quarterly of applied Mathematics*, 26(4) (1969)
- [65] N. Kabouya, C. Nouar, On the stability of a Bingham fluid flow in an annular channel, *C. R. Mécanique*, 331 (2003) 149-156.
- [66] Y. Kawase, M. Moo-Young, Flow of and heat transfer in turbulent slurries, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 19 (1992) 485-498.
- [67] M. Keentok, The measurement of the yield stress of liquids, *Rheol. Acta*, 21 (1982) 325-332
- [68] J.-Y. Kim, J.-Y. Song, E.-J. Lee, S.-K. Park, Rheological properties and microstructures of Carbopol gel network system, *Colloid. Polym. Sci.*, 281 (2003) 614-623
- [69] L. Kleiser, Th. A. Zang, Numerical simulation of transition in wall-bounded shear flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 23 (1991) 495-537
- [70] W. Kozicki, C. H. Chou, C. Tiu, Non-Newtonian flow in ducts of arbitrary cross-sectional shape, *Chemical Engineering Science*, 21 (1966) 665-679
- [71] M. Laï, Etude de la convection thermique pour des fluides complexes s'écoulant dans un tube à passage de courant, Thèse de l'Université Henri Poincaré, Nancy, France, 1998
- [72] R. G. Larson, *The Structure and Rheology of Complex Fluids* by, Oxford University Press, 1999

- [73] B. Le Fur, M. Martin, Laminar and transitional flow of drilling muds and various suspensions in circular tubes. *J. Fluid Mech.* 3 (1967) 449-464
- [74] P. V. Liddel, D. V. Boger, Yield stress measurements with the vane, *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, 63 (1996) 235-261
- [75] T. Loulou, H. Peerhossaini, J. P. Bardon, Etude expérimentale de la conductivité thermique de fluides non-Newtoniens sous cisaillement application aux solutions de Carbopol 940, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35(10) (1992) 2557-2562
- [76] A. Magnin, J. M. Piau, Shear rheometry of fluids with a yield stress, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 23 (1987) 91-106
- [77] A. Magnin, J. M. Piau, Cone-and-plate rheometry of a yield stress fluids. Study of an aqueous gel, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 36 (1990) 85-108
- [78] M. R. Malin, The turbulent flow of Bingham plastic fluid in smooth circular tubes, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 24 (1997) 793-804
- [79] M. R. Malin, The turbulent flow of power law fluids, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 24 (1997) 977-988
- [80] M. R. Malin, Turbulent pipe flow of Herschel-Bulkley fluids, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 25 (1998) 321-330
- [81] A. B. Metzner, J. C. Reed, Flow of non-Newtonian fluids-Correlation of laminar, transition and turbulent-flow regions, *A. I. Ch. E. Journal*, 1(4) (1955) 433-435
- [82] N. Midoux, *Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique*, Technique et Documentation, 1985
- [83] T. Min, H. G. Choi, J. Y. Yoo, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe - II. Numerical approach - hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997) 3689-3701
- [84] T. Min, H. Choi, J. Y. Yoo, Maximum drag reduction in a turbulent channel flow by polymer additives, *J. Fluid Mech.*, 492 (2003) 91-100
- [85] P. Mishra, G. Tripathi, Transition from Laminar to Turbulent Flow of Purely Viscous Non-Newtonian Fluids in Tubes, *Chem. Eng. Sc.*, 26 (1971) 915-921
- [86] T. Mizushima, R. Ito, Y. Kuriwake, K. Yahikawa, Boundary layer heat transfer in circular tube in Newtonian and non-Newtonian fluids, *Kogaka*, 31 (1967) 250-255

- [87] T. Mizushima, H. Usui, Reduction of eddy diffusion for momentum and heat in viscoelastic fluid flow in a circular tube, *Physics of fluids*, 20(10) (1977) 100-108
- [88] M. V. Morkovin, By-pass transition researchs : issues and philosophy, *Instabilities and turbulence in engineering flows* (éditeurs : D. E. Ashpis, T. B. Gatshi, R. S. Hirsh) Kluwer Academic Press (1993) 3-30
- [89] I. Moudachirou, Transfert thermique et perte de charge pour un fluide de Herschel-Bulkley thermodépendant, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, France, 1992
- [90] M. Naïmi, R. Devienne, M. Lebouché, Etude dynamique et thermique de l'écoulement de Couette Taylor-Poiseuille: Cas d'un liquide présentant un seuil d'écoulement, *Int. J. Heat Mass Transfert*, 33 (1990) 381-391
- [91] E. B. Nelson, Well Cementing, Schlumberger Educational Services, 1990
- [92] J. P. Nguyen, Le forage, Technip, 1993
- [93] M. Nishioka, S. Iida, Y. Ichikawa, An experimental investigation of the stability of plan Poiseuille flow, *J. Fluid Mech.*, 72 (1975) 731-751
- [94] C. Nouar, R. Devienne, M. Lebouché, Convection thermique pour un fluide de Herschel-Bulkley dans la region d'entree d'une conduite, *Int. J. Heat Mass Transfert*, 37(1) (1994) 1-12
- [95] C. Nouar, M. Lebouché, R. Devienne, Numerical analysis of the thermal convection for Herschel-Bulkley fluids, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 16 (1995) 232-232
- [96] C. Nouar, M. Ouldrouis, A. Salem, J. Legrand, Developing laminar flow in the entrance region of annuli – Review and extension of standard resolution methods for hydrodynamic problem, *Int. J. Engng. Sci.*, 33(10) (1995) 1517-1534
- [97] C. Nouar, C. Desaubry, H. Zenaïdi, Numerical and experimental investigation of thermal convection for a thermodependant Herschel-Bulkley in an annular duct with rotating inner cylinder, *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 17(6) (1998) 1-26
- [98] C. Nouar, B. Benaouda-Zouaoui, C. Desaubry, Laminar mixed convection in a horizontal annular duct. Case of thermodependent non-Newtonian fluid, *Eur. J. Mech. B - Fluids*, 19 (2000) 423-452
- [99] C. Nouar, Etude bibliographique de la convection d'un fluide non-Newtonian, rapport contract Schlumberger, 2000

- [100] C. Nouar, I. A. Frigaard, Nonlinear stability of Poiseuille flow of a Bingham fluid: theoretical results and comparaison with phenomenological criteria, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 100 (2001) 127-149
- [101] C. Nouar, Ecoulement et tranfert de chaleur pour les fluides viscoplastiques, Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1, 2003
- [102] J. M. Nouri, H. Umur, J. H. Whitelaw, Flow of Newtonian and non-Newtonian fluids in concentric and eccentric annuli, *J. Fluid Mech.*, 253 (1993) 617-641
- [103] P. J. Oliveira, F. T. Pinho, A qualitative assessment of the role of a viscosity depending on the third invariant of the rate-of-deformation tensor upon turbulent non-Newtonian flow, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 78 (1998) 1-25
- [104] F. Ogino, T. Kimura, Turbulence intensity in fully developed turbulent flow in an eccentric annulus, *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 25(1-3) (1998) 64-74
- [105] V. C. Patel, M. R. Head, Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows, *J. Fluid Mech.*, 38 (1969) 181-201
- [106] R. W. Paterson, F. H. Abernathy, Transition to turbulence in pipe flow for water and dilute solution of polyethylene oxide, *J. Fluid Mech.*, 51 (1972) 177-185
- [107] T. C. Papanastasiou, Flows of materials with yield, *J. Rheol.*, 31(5) (1987) 385-404
- [108] J. T. Park, R. J. Mannheimer, T. A. Grimley, T. B. Morrow, Pipe flow Measurement of a transparent non-Newtonian slurry, *Journal of Fluids Engineering*, 111 (1989) 331-336
- [109] J. Peixinho, C. Nouar, C. Desaubry, Laminar transitional and turbulent flow of yield stress fluid in a pipe, Rapport intermédiaire *Schlumberger*, 2003
- [110] A. Sà Pereira, F. T. Pinho, Turbulent pipe flow characteristics of low molecular weight polymer solutions, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 55 (1994) 321-344
- [111] F. T. Pinho, J. H. Whitelaw, Flow of non-Newtonian fluids in a pipe, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 34 (1990) 129-144



- [112] F. T. Pinho, A GNF framework for turbulent flow models of drag reducing fluids and proposal for a  $k - \varepsilon$  type closure, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 114 (2003) 149-184
- [113] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *Numerical recipes*, Cambridge University Press, 1986
- [114] L. Preziosi, F. Rosso, Stability of a viscous liquid between sliding pipes, *Phys. Fluids A*, 2(7) (1990) 1158-1162
- [115] P. K. Ptasinski, B. J. Boersma, F. T. M. Nieuwstadt, M. A. Hulsen, B. H. A. A. Van Den Brule, J. C. R. Hunt, Turbulent channel flow near maximum drag reduction: simulations, experiments and mechanisms, *J. Fluid Mech.*, 490 (2003) 251-291
- [116] O. Reynolds, An experimental investigation of the circonstances wich determinate wether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, 175 (1883) 935-982
- [117] G. P. Roberts, H. A. Barnes, New measurements of the flow-curves for Carbopol dispersions without slip artefacts, *Rheol. Acta*, 40 (2001) 499-503
- [118] Y. Rubin, I. J. Wygnansky, J. H. Hartitonidis, Further obsevation on the transition in a pipe, In laminar-turbulent transition, IUTAM Symposium Stuttgart, Germany 1979, 17-26, Springer
- [119] N. W. Ryan, M. M. Johnson, Transition from laminar to turbulent flow in pipes, *A. I. Ch. E. J.*, 5 (1959) 433-435
- [120] H. Schlichting, K. Gersten, *Boundary layer theory* (8th revised and enlarged edition), Springer, 1999
- [121] P. J. Schmid, D. S. Henningson, Optimal energy density growth in Hagen-Poiseuille flow, *J. Fluid Mech.*, 277 (1994) 197-225
- [122] W. R. Schowalter, *Mechanics of non-Newtonian fluids*, Pergamon Press, Oxford, 1978
- [123] V. Scirocco, *Convection thermique pour un fluide pseudoplastique en conduite cylindrique*, Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1, 1985
- [124] V. Scirocco, R. Devienne, M. Lebouché, *Ecoulement laminaire et transfert de chaleur pour un fluide pseudo-plastique dans la zone d'entrée d'un tube*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 28(1) (1985) 91-99

- [125] H. Shan, B. Ma, Z. Zhang, F. T. M. Nieuwstadt, Direct numerical simulation of a puff and a slug in transitional cylindrical pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 387 (1999) 39-60
- [126] J. D. Sherwood, G. H. Meeten, The use of the vane to measure the shear modulus of linear elastic solids, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 41 (1991) 101-118
- [127] A. H. P. Skelland, *Non-Newtonian flow and heat transfer*, Wiley, 1967
- [128] P. T. Slatter, The laminar-turbulent transition prediction for non-Newtonian slurries, *Proceedings of the International Conference on Problems in Fluid Mechanics and Hydrology*, Vol. 1, pp. 247-256, Prague, 1999
- [129] D. Sofialidis, P. Prinos, Fluid flow and heat transfer in pipe with wall suction, *Int. Heat and Mass Transfer*, 40(15) (1997) 3627-3640
- [130] L.-M. Tam, A. J. Ghajar, Effect of inlet geometry and heating on fully developed friction factor in the transition region of a horizontal tube, *Experimental thermal and fluid science*, 15 (1997) 52-64
- [131] M. Tanaka, N. Mitsuichi, Non-Newtonian laminar heat transfer in concentric annuli, *Kagaku-Kogaku*, 38 (1974) 664-671
- [132] R. I. Tanner, *Engineering rheology*, Second edition, Oxford, 2000
- [133] R. Teitgen, Laminar transition in pipe flow: development and structure of the turbulent slug, In *laminar-turbulent transition*, IUTAM Symposium Stuttgart, Germany 1979, 27-36, Springer
- [134] D. G. Thomas, Heat and momentum transport characteristics of non-Newtonian aqueous Thorium Oxide suspensions, *A. I. Ch. E. J.*, 6 (1960) 631-639
- [135] L. N. Trefethen, A. E. Trefethen, S. C. Reddy, T. A. Discoll, Hydrodynamic stability without eigenvalues, *Science* 261 (1993) 578
- [136] R. M. Turian, T.-W. Ma, F.-L. G. Hsu, D.G.-J. Sung, Flow of concentrated non-Newtonian slurries: Friction losses in laminar, turbulent and transition flow through straight pipe. *Int. J. Multiphase Flow*, 24 (1998) 225-242
- [137] P. Vallette, *Etude expérimentale de la réorganisation turbulent-laminaire d'un écoulement en aval d'un élargissement brusque*, Thèse de Doctorat de l'INPL, 1980
- [138] P. S. Virk, Drag reduction fundamentals, *AIChE J.*, 21(4) (1975) 625-656

- [139] P. Wangskarn, B. Ghorashi, Heat and momentum analogies for the transitional and turbulent flow of a non-Newtonian power-law fluid in a heated pipe, *Int. comm. heat mass transfer*, 17 (1980) 167-178
- [140] M. D. Warholic, G. M. Schmidt, T. J. Hanratty, The influence of a drag-reducing surfactant on a turbulent velocity field, *J. Fluid Mech.*, 388 (1999) 1-20
- [141] F. White, *Viscous fluid flow*, McGrall-Hill, Inc., New York, 1<sup>re</sup> édition en 1974
- [142] S. D. R. Wilson, A. J. Taylor, The channel entry problem for a yield stress fluid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 65 (1996) 165-176
- [143] P. M. Worsøe-Schmidt, Heat transfer in the thermal entrance region of circular tubes and annular passages with developed laminar flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 10 (1967) 541-551
- [144] I. J. Wygnansky, F. H. Champagne, On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug, *J. Fluid Mech.*, 59 (1973) 281-335
- [145] I. J. Wygnansky, M. Sokolov, D. Friedman, On transition in a pipe. Part 2. The equilibrium puff, *J. Fluid Mech.*, 69 (1975) 283-304
- [146] S. S. Yoo, Heat transfer and friction factors for non-Newtonian fluids in fluids in turbulent Pipe flow, Ph.D. Departement of Energy Engineering, University of Illinois, 1974
- [147] M. V. Zagarola, Alexander J. Smits, *J. Fluid Mech.*, 375 (1998) 33-79